وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة 20 أوت 1955- سكيكدة
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

مطبوعة بعنوان:

# محاضرات في الاقتصاد الجزئي2 مع أمثلة وتمارين محلولة

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى
جدع مشترك

**من إعداد:**
الدكتورة كريمة سلطان

**السنة الجامعية: 2022/2021**

**السداسي: الثاني**
**وحدة التعليم :الأساسية**
**المادة : اقتصاد جزئي2**
**الرصيد:06**
**المعامل:02**

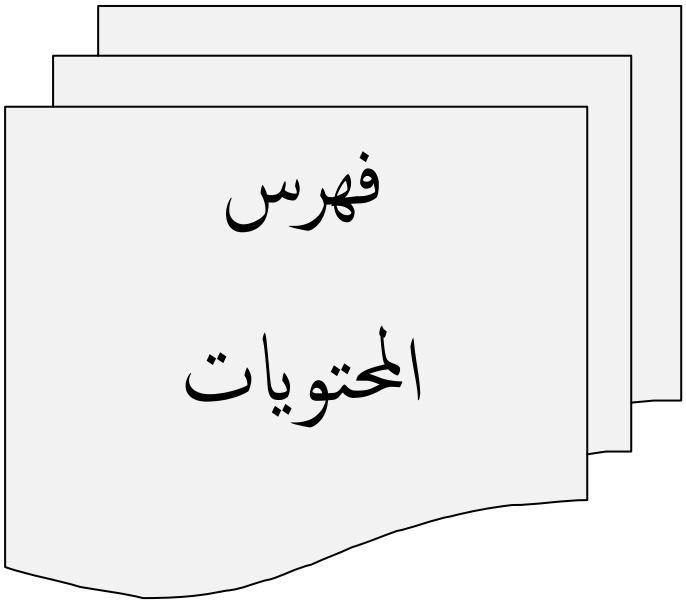
**أهداف التعليم:**
تهدف هذه المادة الى تمكن الطالب من المعارف المتعلقة بدوال النتاج ودراسة نظرية التكاليف وتوازن السوق وحاة المنافسة التامة والاحتكار

**المعارف المسبقة المطلوبة :**
مفاهيم عامة حول الإنتاج والطرق الرياضية المستخدمة في التحليل

**محتوى المادة: (إجباري)**
1- دالة الانتاج في الفترة الطويلة (دالة الانتاج عند تغير جميع عوامل الانتاج ،غلة الحجم او اقتصاديات السلم)
2- الانتاج عند توفر عاملين متغيرين(منحنيات الناتج المتساوي وخصائصها ،المعدل الحدي للإحلال التقني ،خط التكلفة المتساوية ،توازن المنتج(الطرق) ،مسار التوسع)
3- المرونة(مرونة عوامل الانتاج ،مرونة الاحلال )
4- دالة العرض (تعريف ،دالة العرض الفردي ،دالة العرض السوقي ،مرونة العرض)
5- نظرية التكاليف والايرادات (دوال التكاليف في الفترة القصيرة ،دوال التكاليف في الفترة الطويلة ،الايرادات ،الربح)
6- توازن السوق(مفهوم التوازن ،تفاعل العرض والطلب ،فائض المستهلك وفائض المنتج)
7- المنافسة التامة (التعريف ، الخصائص ،التحليل على فترات)
8- الاحتكار التام (التعريف والأنواع وشروطه ،منحنى الطلب والايراد الحدي الذي يواجه المحتكر ،توازن المحتكر ،تنظيم الاحتكار ،مؤسسة احتكارية بعدة مصانع ،التمييز الاحتكاري)

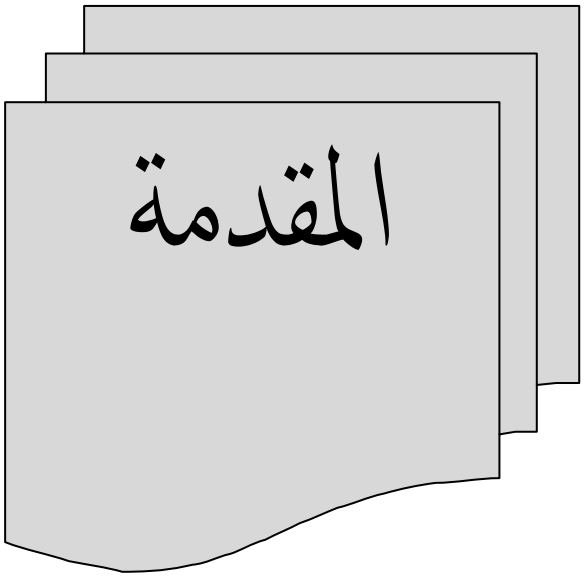
**طريقة التقييم: (إجباري)**

**60% امتحان كتابي، و40% اعمال موجهة**


فهرس
المحتويات

| العنصر | الصفحة |
|---|---|
| **فهرس المحتويات** | **أ-ج** |
| **مقدمة** | **د-ه** |
| **الفصل الأول: نظرية الإنتاج** | **(1-33)** |
| **أولا: أساسيات حول الإنتاج** | **2** |
| 1. تعريف الإنتاج | **2** |
| 2. عناصر الإنتاج | **2** |
| **ثانيا: دالة الإنتاج وتوازن المؤسسة** | **3** |
| 1. دالة الإنتاج | **3** |
| 2. قوانين الإنتاج | **9** |
| 3. توازن المنتج | **11** |
| 4. خط المسار التوسعي | **16** |
| 5. تعظيم الربح | **18** |
| 6. مرونة الإنتاج ومرونة الإحلال | **20** |
| 7. دوال الطلب على عناصر الإنتاج | **21** |
| **ثالثا: نظرية العرض** | **22** |
| 1. تعريف العرض | **22** |
| 2. العوامل المحددة للعرض | **22** |
| 3. دالة أو منحنى العرض | **23** |
| 4. توازن السوق | **26** |
| **أسئلة خاصة بالفصل الأول** | **28** |
| **تمارين محلولة** | **29** |
| **الفصل الثاني: نظرية التكاليف** | **(34-52 )** |
| أولا: **مقدمة حول التكاليف** | **35** |
| 1. التكلفة الثابتة | **35** |
| 2. التكلفة المتغيرة | **35** |
| **ثانيا: دالة التكاليف في المدى القصير ودالة التكاليف في المدى الطويل** | **36** |
| 1. دالة التكلفة في المدى القصير | **36** |

| | |
|---|---|
| 2. دالة التكاليف في المدى الطويل | **40** |
| 3. اشتقاق دالة التكلفة في المدى الطويل | **43** |
| 4. مرونة التكاليف | **45** |
| 5. تعظيم الربح | **45** |
| **أسئلة خاصة بالفصل الثاني** | **47** |
| **تمارين محلولة** | **48** |
| **الفصل الثالث: توازن المؤسسة ونظرية السعر ضمن نظم وآلية السوق** | **(53-99)** |
| **أولا: أساسيات حول السوق والتوازن** | **54** |
| 1. السوق وتوازن السوق | **54** |
| 2. أنواع الأسواق | **57** |
| **ثانيا: سوق المنافسة التامة (الكاملة)** | **58** |
| 1. التوازن في ظل المنافسة الكاملة | **59** |
| 2. توازن السوق في المدى الطويل | **70** |
| **ثالثا: سوق الاحتكار التام** | **72** |
| 1. التوازن في المدى القصير | **73** |
| 2. توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى الطويل | **80** |
| **رابعا: سوق المنافسة الاحتكارية** | **82** |
| 1. توازن المؤسسة في ظل المنافسة الاحتكارية | **83** |
| **خامسا: سوق احتكار القلة** | **84** |
| 1. عدم وجود تفاهم بين المؤسسات | **85** |
| 2. وجود تفاهم بين المؤسسات | **87** |
| **الأسئلة الخاصة بالفصل الثالث مع الإجابة** | **90** |
| **تمارين مخلولة** | **91** |
| **قائمة المراجع** | **100** |
| **قائمة الرموز والمختصرات** | **102** |


المقدمة

**المقدمة:**

يعتبر مقياس الاقتصاد الجزئي من المقاييس الأساسية بالنسبة لطلبة السنة الأولى جدع مشترك علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير، ويتم تدريس هذا المقياس عبر سداسيين، إذ يتم في السداسي الأول تدريس الشق الأول الذي يمثل جانب الطلب فيما يسمى بالاقتصاد الجزئي 1، أما في السداسي الثاني فيتم التطرق للشق الثاني الذي يمثل جانب العرض ألا هو المنتج وما يرتبط به من تكاليف إنتاجية بالإضافة إلى نوع السوق التي ينشط فيها.

أما عن هذه المطبوعة في تعنى بالشق الثاني أي (اقتصاد جزئي 2)، وتكمن أهمية محاور هذا المقياس في محاولة فهم وتفسير الظواهر الاقتصادية على غرار تحليل سلوك المنتجين لمساعدتهم على الوصول إلى القرار الأمثل، ومن أجل الإلمام بالمفاهيم والقوانين المرتبطة بالاقتصاد الجزئي 2 يجب أن يكون الطالب ملما أولا بمبادئ الاقتصاد الجزئي 1 حيث يكون مطلعا على بعض المفاهيم الاقتصادية الأساسية ذات العلاقة، إضافة إلى أن يكون متمكنا من بعض الأساسيات في الرياضيات على غرار الاشتقاق والتكامل والتفاضل.

وعلى هذا تم تقسيم محاور هذه المطبوعة إلى أربع فصول؛ فصل تمهيدي وثلاث فصول أساسية:

**الفصل الأول:** تحت عنوان: نظرية الإنتاج (دالة الإنتاج بمتغيرين)؛ ويتضمن دالة الإنتاج في المدى الطويل، قوانين الإنتاج، توازن المنتج.

**الفصل الثاني:** تحت عنوان: نظرية التكاليف؛ ويضم بدوره محورين؛ يتناول المحور الأول دالة التكلفة في المدى القصير، أما المحور الثاني فيضم دالة التكلفة في المدى الطويل.

**الفصل الثالث:** تحت عنوان: توازن المؤسسة ونظرية السعر ضمن نظم وآلية السوق؛ ويضم أربع محاور أساسية؛ المحول الأول حول سوق المنافسة التامة، المحور الثاني حول سوق الاحتكار التام، المحور الثالث حول المنافسة الاحتكارية، أما المحور الرابع فيدور حول سوق احتكار القلة.

وكحوصلة للمحاضرات وكتدعيم للأمثلة المحلولة ضمن المحاضرات؛ تم إرفاق كل فصل من الفصول الثلاث بمجموعة من الأسئلة النظرية مع الإجابة النموذجية ليسهل على الطالب فهم الدروس واستيعابها أكثر، إضافة إلى مجموعة من التمارين المحلولة.

# الفصل الأول:

نظرية الإنتاج (دالة الإنتاج بمتغيرين)

## الفصل الأول: دالة الإنتاج في المدى الطويل (الإنتاج بمتغيرين)

### أولا: أساسيات حول الإنتاج:

### 1. تعريف الإنتاج:

الإنتاج هو عملية تحويل المدخلات إلى مخرجات، أي تحويل عوامل الإنتاج التي تشتريها المؤسسة إلى منتجات تقوم ببيعها.[1] إذا فالإنتاج يختلف عن العرض الذي يمثل الكمية المعروضة في السوق من سلعة معينة أو خدمة بغرض البيع.

### 2. عناصر (عوامل الإنتاج):

هي مجموع الموارد الإنتاجية (المدخلات) والتي تستخدم في إنتاج السلع أو تقديم الخدمات، وتشمل:

**1.2.العمل:** ويتمثل في العنصر البشري (اليد العاملة)، وتقاس كمية عنصر العمل بعدد ساعات العمل المبذولة في العملية الإنتاجية، أو بعدد العمال، ويكون مقابل ذلك عائد يسمى الأجر.

**2.2.الأرض:** ويضم هذا العنصر جميع الأراضي التي يمكن استغلالها لإنتاج السلع والخدمات سواء كانت زراعية أو صناعية أو استخراجية، ويستخدم هذا المورد مقابل عائد يسمى الريع.

**3.2. رأس المال:** ويشمل كافة الموارد التي تدخل الإنسان في صنعها أو في وجودها، وينقسم إلى رأس المال الإنتاجي الذي يساهم بشكل مباشر في العملية الإنتاجية (المواد الخام، الآلات، المباني....)، ورأس المال الاجتماعي الذي يساهم بشكل غير مباشر في العملية الإنتاجية (الطرق، الموانئ، السدود...)، ويقوم أصحاب رأس المال باستخدامه مقابل عائد يسمى الفائدة.

[1] ضياء مجيد، **النظرية الاقتصادية، التحليل الاقتصادي الجزئي**، مؤسسة شباب الجامعة، الاسكندرية، 2007، ص145.

**4.2.التنظيم:** ويتمثل في التوليف بين عناصر الإنتاج الأخرى وتحمل عنصر المخاطرة، ويسمى العائد الذي يحصل عليه المنظم الربح.

**ثانيا: دالة الإنتاج وتوازن المؤسسة**

**1. دالة الإنتاج:**

تعبر دالة الإنتاج عن العلاقة بين عوامل الإنتاج (المدخلات) ومنتجات المؤسسة (المخرجات)، وتعرف أيضا دالة الإنتاج بمنحنى (جدول أو معادلة رياضية) بمستوى الإنتاج الذي يمكن الحصول عليه باستعمال عناصر إنتاج معينة، ويجب التمييز بين نوعين لدالة الإنتاج؛ دالة الإنتاج في المدى القصير (الإنتاج بمدخل متغير واحد)، ودالة الإنتاج في المدى الطويل (الإنتاج بمتغيرين)، وهنا سيتم التطرق فقط لدالة الإنتاج في المدى الطويل.

**1.1. دالة الإنتاج في المدى الطويل:**

إذا كان تحليل دالة الإنتاج في المدى القصير ينطلق من فرضية وجود عنصر إنتاج متغير وحيد؛ وهو العمل(L)، وعنصر ثابت وهو رأس المال(K)؛ ففي المدى الطويل نفرض أن كل عناصر الإنتاج قابلة للتغيير، وباعتبار أن كل عناصر الإنتاج أدمجت في عنصرين هما: العمل (L) ورأس المال (K)، فتصبح دالة الإنتاج كما يلي: $X = f(L, K)$ وتدعى دالة الإنتاج في هذه الحالة دالة الإنتاج بعوامل قابلة للإحلال، حيث تكون عوامل الإنتاج قابلة للإحلال فيما بينها (زيادة حجم عنصر وتخفيض العنصر الآخر مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج)، وبتكرار ذلك عدة مرات يمكن الحصول على مجموعة من التركيبات (L,K) يؤدي التوصيل فيما بينها للحصول على منحنى يدعى منحنى الناتج المتساوي.

**ملاحظة:** من بين دوال الإنتاج الأكثر استخداما هي دالة "كوب دوغلاس" وتعتبر دالة "كوب دوغلاس" نقطة الانطلاق لمعظم الدراسات التطبيقية التي تحاول تقدير دالة الإنتاج، وتكتب من الشكل: $X = A(L^a K^b)$ حيث:

X: حجم الإنتاج  A: معامل الفعالية (معامل كفاءة الناتج)  L: عنصر العمل

K : عنصر رأس المال  a : مرونة الإنتاج لعنصر العمل  b: مرونة الإنتاج لعنصر رأس المال

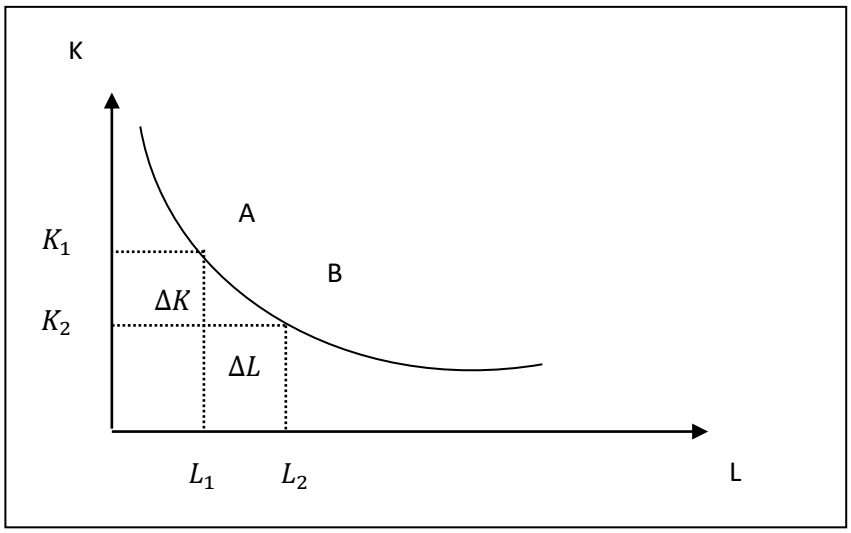
**ومن بين خصاص دالة الإنتاج "كوب دوغلاس":**

**1.** دالة الإنتاج "كوب–دوغلاس" متجانسة من الدرجة (a+b)، أي إذا زادت عوامل الإنتاج بنسبة t يزيد الإنتاج بنسبة $t^{(a+b)}$ وبالتالي فهي تحقق العلاقة: $f(tL, tK) = t^{(a+b)} f(tL, tK)$

**2.** كل من مرونة الإنتاج لعنصر العمل ومرونة الإنتاج لعنصر رأس المال ثابتتين؛ حيث إذا زاد حجم العمل بـ 1% مع ثبات عنصر رأس المال سيزيد حجم الإنتاج بنسبة a%، وإذا زاد حجم عنصر رأس المال مع ثبات عنصر العمل، سيزيد حجم الإنتاج بنسبة b%.

**3.** مرونة الإحلال لدالة "كوب دوغلاس" دائما ثابتة وتساوي الواحد.

**1.1.1. تعريف منحنى الناتج المتساوي (منحنى تساوي الكميات):** يشير منحنى الناتج المتساوي إلى جميع التركيبات من عناصر الإنتاج (العمل L ورأس المال K)، والذي يمكن تمثيله كما يلي:



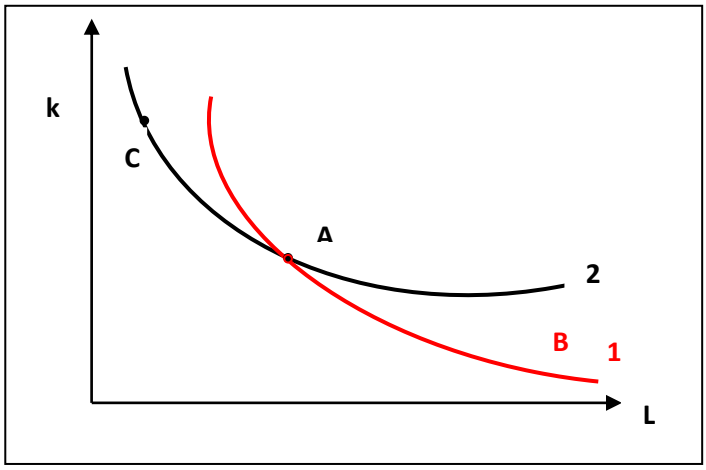
- **خصائص منحنيات الناتج المتساوي:**

أ-كلما ابتعدت منحنيات الناتج المتساوي عن نقطة المبدأ كلما حملت مستوى إنتاج أكبر.

**ب-ميل منحنيات السواء سالب:** ويعكس العلاقة العكسية بين عاملي الإنتاج L وk.

**ج-منحنيات الناتج المتساوي محدبة باتجاه نقطة المبدأ:** وهذا راجع إلى تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني(إظهار صعوبة الإحلال بين عنصري الإنتاج).

**د.**إن منحنيات الناتج المتساوي لا يمكن أن تتقاطع: ويعود ذلك إلى أن مستوى إنتاج كل منحنى يختلف عن الآخر وإذا تقاطع إثنان فإن نقطة تقاطعهما تعطي نفس المستوى من الإنتاج، وبالتالي يحدث تناقض.



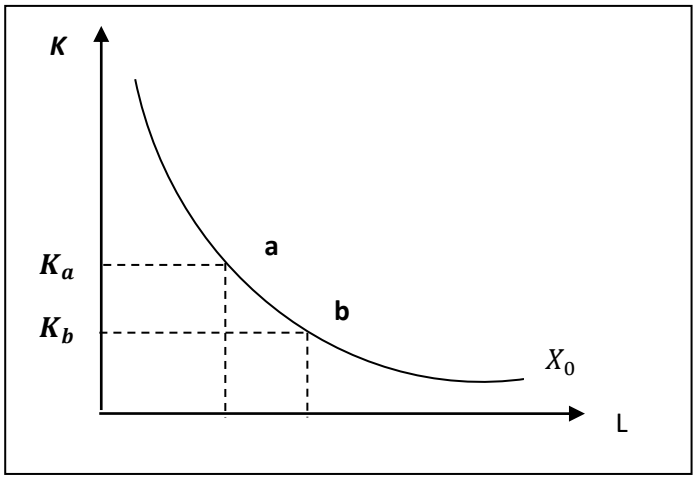

يتضح من خلال الشكل أن:

$$\left.\begin{array}{l} A,B \in 1 \Rightarrow X_A = X_B \\ A,C \in 2 \Rightarrow X_A = X_C \end{array}\right\} \Rightarrow \quad X_B = X_C$$

ولكن $X_B$ و $X_C$ لا تقعان على نفس المنحنى وبالتالي يستحيل أن يتساويا.

### 2.1.1. المعدل الحدي للإحلال التقني: *Taux Marginal de Substitution TMST $_{(L,K)}$*

يقيس المعدل الحدي للإحلال التقني التخفيض في استعمال عامل إنتاج والزيادة في العامل الآخر بوحدة واحدة مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج، وبعبارة أخرى هو المعدل الذي يتم به استبدال حجم معين من أحد عناصر الإنتاج مقابل الحصول على وحدة إضافية من العامل الآخر مع البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي.




ويؤدي الانتقال من النقطة a إلى النقطة b إلى تغير الكمية المستخدمة من عنصر رأس المال (K) بالمقدار $\Delta K$ وتغير في الكمية المستعملة من عنصر العمل بالمقدار $\Delta L$ دون أن يؤدي ذلك إلى حدوث أي تغير في مستوى الإنتاج الكلي $(\Delta X = 0)$

ويمثل المعدل الحدي لإحلال L محل K(تعويضK بـ L) ناقص ميل منحنى الناتج المتساوي أو القيمة المطلقة له، وبالتالي يمكن حسابه بـ:

$$TMS_{(x,y)}=\left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right| = \left|\frac{K_a-K_b}{L_a-L_b}\right|$$

**ملاحظة:** إن الإشارة الأصلية لميل منحنى الناتج المتساوي سالبة نتيجة تعويض أحد عنصري الإنتاج بالآخر، وبالتالي تكون إشارة المعدل الحدي للإحلال موجبة، باعتباره يمثل ناقص الميل، أو القيمة المطلقة له.

أما في الحالة المستمرة فلدينا:

$$Q = f(L,K)$$

$$dQ = \frac{\partial X}{\partial L}dL + \frac{\partial X}{\partial K}dK$$

ولدينا حجم الإنتاج ثابت على طول منحنى الناتج المتساوي، أي: $dX=0$

$$\frac{\partial Q}{\partial L}dL = -\frac{\partial Q}{\partial K}dK \Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{-dK}{dL} \Rightarrow \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = TMS_{(X,Y)}$$

**خصائص المعدل الحدي للإحلال:**

**أ-المعدل الحدي للإحلال التقني متناقص:** أي أن الكمية التي يتنازل عنها المنتج من k مقابل الحصول على وحدة إضافية من L في تناقص مستمر (كلما انتقلنا من أعلى إلى أسفل على طول المنحنى زادت صعوبة الإحلال)؛

**ب-للمعدل الحدي للإحلال مفهوم نقطي:** فهو يتغير من نقطة إلى أخرى على طول منحنى الناتج المتساوي.

### 3.1.1. خط الميزانية (منحنى التكاليف المتساوية):

منحنى التكاليف المتساوية باختصار هو مجموع الكميات من عنصري الإنتاج L وK التي يمكن للمنتج اقتناءها في حدود التكلفة الكلية، أو هو مجموع الثنائيات (L,K) والتي تمثل الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج والتي تحقق

$$CT = Lp_L + Kp_K$$

CT: التكلفة الكلية

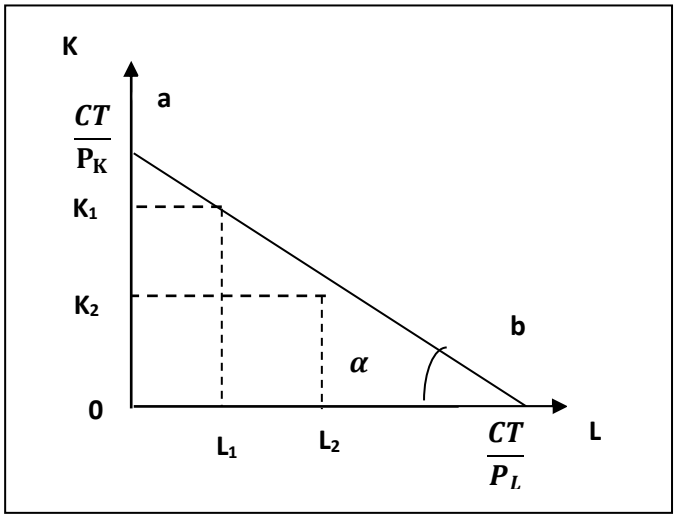
L: حجم (كمية) عنصر العمل

$P_L$: سعر عنصر العمل

K: حجم (كمية) عنصر رأس المال

$P_K$: سعر عنصر رأس المال

**تمثيل منحنى خط الميزانية:** لتمثيله بيانيا يكفي نقطتين:




$$L = 0 \Leftrightarrow CT = KP_K \Leftrightarrow K = \frac{CT}{P_K}$$

$$K = 0 \Leftrightarrow CT = LP_L \Leftrightarrow L = \frac{CT}{P_L}$$

**ملاحظات:**

- كل نقطة تحت المنحنى أي داخل المثلث(0ab) تمثل تركيبة من عناصر الإنتاج يستطيع المنتج اقتناءها في حدود التكلفة الكلية وأسعار عناصر الإنتاج، وكل نقطة فوق المنحنى أو خارج المثلث تمثل تركيبة لا يمكن للمنتج اقتناءها؛
- المنتج الرشيد يختار ومن أجل تعظيم إنتاجه نقطة واقعة على الخط ab؛
- تمثل النقطة a الكمية التي يستطيع المنتج شراءها من K إذا أنفق كل التكلفة الكلية عليها؛
- تمثل النقطة b الكمية التي يستطيع المنتج شراءها من L إذا أنفق كل التكلفة الكلية عليها؛
- يمكن كتابة معادلة خط الميزانية من الشكل: $K = \frac{CT}{P_K} - \frac{Lp_L}{p_K}$

**ميل خط الميزانية:** من البيان يمكن حساب ميل خط الميزانية بظل الزاوية $\alpha = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}}$ أي:

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{R}{P_K} / \frac{-CT}{P_L} = \frac{-p_L}{P_K}$$

**2. قوانين الإنتاج:**

قوانين الإنتاج هي الطرق الممكنة تقنيا لرفع مستوى الإنتاج، ويكون ذلك من خلال تغيير عنصر إنتاج واحد وبقاء الآخر ثابت (في المدى القصير) أو تغيير عنصري الإنتاج معا (في المدى الطويل).

**1.2.قانون غلة الحجم (غلة الإنتاج أو مردودية السلم):** تشير عبارة غلة الحجم إلى التغير في الإنتاج الناتج عن تغير عناصر الإنتاج بنفس النسبة، حيث:

- ✓ إذا كانت نسبة الزيادة في الإنتاج أكبر من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج، فيطلق على هذه الحالة اسم غلة الحجم الثابتة؛
- ✓ إذا كانت نسبة الزيادة في الإنتاج أكبر من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج، فيطلق على هذه الحالة اسم غلة الحجم المتزايدة؛
- ✓ إذا كانت نسبة الزيادة في الإنتاج أقل من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج؛ فيطلق على هذه الحالة اسم غلة الحجم المتناقصة.

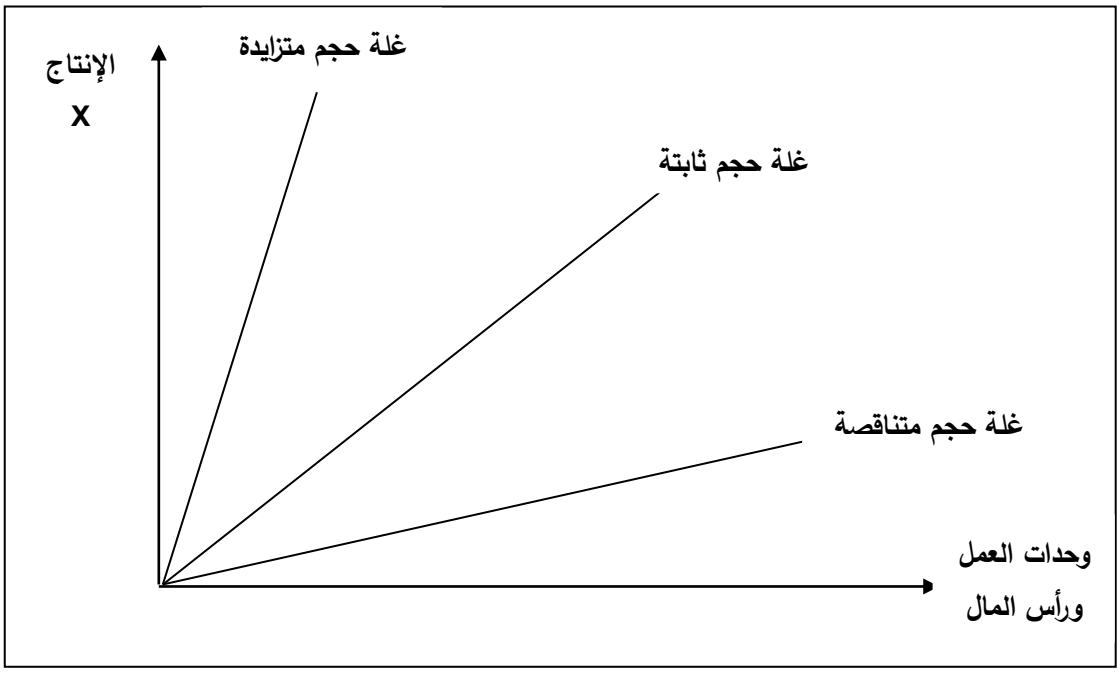
فإذا اعتبرنا دالة الإنتاج التالية: $X = f(L,K)$ حيث X يمثل مستوى معين من الإنتاج.

إذا ارتفعت عناصر الإنتاج بنسبة معينة t فيكون المستوى الجديد للإنتاج:

$X^* = f(tL, tK)$ حيث:

- ✓ إذا كانت: $X^* = tX$ فإن غلة الحجم ثابتة؛
- ✓ إذا كانت: $X^* < tX$ فإن غلة الحجم متناقصة؛
- ✓ إذا كانت: $X^* > tX$ فإن غلة الحجم متزايدة.

ويمكن توضيح حالات غلة الحجم بالاستعانة بالبيان التالي:




**ملاحظة:** تشير الخطوط الثلاث إلى العلاقات بين المدخلات والمخرجات لغلة الحجم، فعند التوسع في الإنتاج فإن أي مؤسسة ستمر أولا بمرحلة تزايد الغلة، ثم ثبات الغلة ثم تناقص الغلة.

**2.2.دالة الإنتاج المتجانسة:** غالبا ما يستخدم الاقتصاديون الأسلوب الرياضي عند التكلم عن قانون غلة الحجم، إذ يتم التعبير عن غلة الحجم بواسطة دوال الإنتاج المتجانسة، فإذا اعتبرنا دالة ذات متغيرين: $f(a,b)$ فنقول عن هذه الدالة أنها متجانسة من الدرجة N إذا كان من أجل كل عدد حقيقي موجب t تتحقق العلاقة التالية: $f(ta,tb) = t^N f(a,b)$

وتعبر دالة الإنتاج المتجانسة عن غلة الحجم.

**مثال:**

إذا اعتبرنا دالة الإنتاج التالية: $X = f(L,K) = L^2 + 4LK + 3K^2$

- ✓ هل الدالة متجانسة ومن أي درجة؟

**الحل:**

لدينا: $f(tL,tK) = (tL)^2 + 4(tL)(tK) + 3(tK)^2 = t^2L^2 + 4t^2LK + 3t^2K^2$

$$= t^2(L^2 + 4LK + 3K^2) = t^2f(L,K)$$

إذا فالدالة متجانسة من الدرجة الثانية (N=2)، أي أنه إذا ضاعفنا كل من العنصرين L وk بقيمة قدرها t فإن الإنتاج يزداد بقيمة أكبر قدرها $t^2$ ، ونقول أن غلة الحجم هنا متزايدة.

**ملاحظة:**

1.إذا كانت دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة (N=1) فإن الزيادة في الإنتاج تكون بنفس درجة الزيادة في عناصر الإنتاج، إذا غلة الحجم هنا ثابتة.

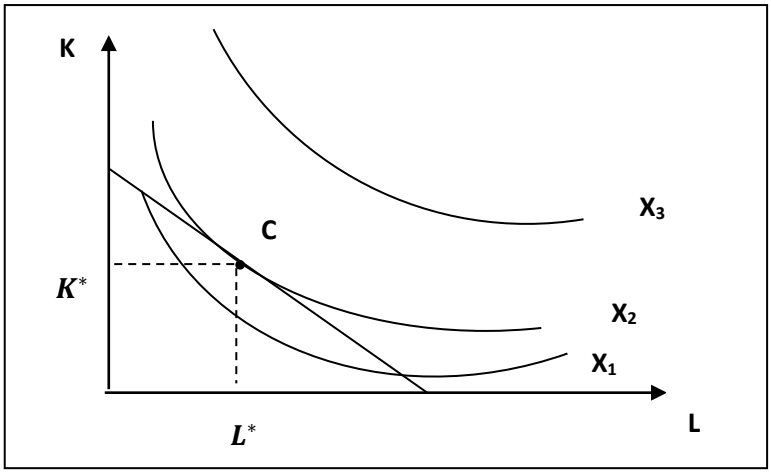
2.إذا كانت الدالة متجانسة من الدرجة (N=0) فهذا يعني أن قيمة الإنتاج تكون ثابتة مهما زادت كميات عناصر الإنتاج، فنقول أن غلة الحجم هنا متناقصة.

**نتيجة:**

- ✓ تكون غلة الحجم متزايدة من أجل $(N > 1)$
- ✓ تكون غلة الحجم ثابتة من أجل (N=1)
- ✓ تكون غلة الحجم متناقصة من أجل $(N < 1)$

**3. توازن المنتج:** إن هدف المنتج يكون إما تعظيم الإنتاج أو تدنية التكاليف؛ فيختار الاستراتيجية الأولى عندما يكون مقيدا بالميزانية، أي بمبلغ معين يستثمره في الإنتاج، ويختار الاستراتيجية الثانية عندما يكون مقيدا بالإنتاج؛ أي لا يمكن له إنتاج أو بيع كمية من المنتوج تزيد عن مستوى معين، مثلا حالة الإنتاج بالطلبيات.

**1.3.الطريقة الهندسية:** يتحقق توازن المنتج عند نقطة تماس منحنى الناتج المتساوي وخط الميزانية (منحنى التكاليف المتساوية)، وتسمح هذه النقطة بتحديد الكميات من كل عنصر إنتاج عن طريق الإسقاط العمودي على المحاور الممثلة لعوامل الإنتاج، ويمكن توضيح ذلك بيانيا كما يلي:




إذا التركيبة التي تحقق أعظم إنتاج هي النقطة $C(L^*,K^*)$ والتي تمثل نقطة تماس خط الميزانية مع منحنى الناتج المتساوي.

ويمكن التعبير عن ذلك بتساوي ميل خط الميزانية مع ميل منحنى الناتج المتساوي أي:

$$-\frac{\Delta K}{\Delta L}=-\frac{P_L}{P_K}\Leftrightarrow\frac{\Delta K}{\Delta L}=\frac{P_L}{P_K}\Rightarrow TMST=\frac{P_L}{P_K}$$

**2.3.الطريقة الرياضية:**

**أ-حالة تعظيم الإنتاج:**

- **طريقة مضاعف لاغرانج:** وهنا تكون دالة الهدف من الشكل:

$$\begin{cases} MAX: X=f(L,K) \\ S/c:\ CT=LP_L+KP_K=Constant \end{cases}$$

لحل هذه المسألة نستخدم طريقة لاغرانج:

$$\mathcal{L}=X+\lambda(CT-Lp_L-Kp_K)$$

$$\mathcal{L}=f(L,K)+\lambda(CT-Lp_L-Kp_K)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = \dfrac{\partial f(L,K)}{\partial L} - \lambda P_x = 0 \quad \Rightarrow Pmg_L = \lambda P_L \dots\dots (1) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = \dfrac{\partial f(L,K)}{\partial K} - \lambda P_K = 0 \quad \Rightarrow Pmg_K = \lambda P_K \dots\dots (2) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = CT - LP_L - KP_K = 0 \dots\dots (3) \end{cases}$$

- بقسمة (1) على (2) نجد

$$\frac{\boldsymbol{Pmg_L}}{\mathbf{Pmg_K}} = \frac{\mathbf{P_L}}{\mathbf{P_K}} \quad \blacktriangleleft\text{-----}$$ وهو شرط التوازن

- ثم نعوض في المعادلة (3) فنجد قيم كل من L وK.

**مثال :**

إليك الصيغة الرياضية التالية والتي تمثل دالة المنفعة لمستهلك ما: $X=2L^{\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}}$

وإذا كان قيد الميزانية لهذا المنتج: $26 = L + 2K$

- اوجد كمية الإنتاج المثلى.

**الحل:** دالة الهدف من الشكل:

$$\begin{cases} \boldsymbol{MAX}: X = f(L,K) = 2L^{\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}} \\ \text{S/c}: CT = L + 2K = 26 \end{cases}$$

- لحل هذه المسألة نستعمل طريقة لاغرانج:

$$\mathcal{L} = f(L,K) + \lambda(CT - Lp_L - Kp_K)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L} = 2L^{\frac{3}{4}}K^{\frac{1}{4}} + \lambda(26 - L - 2K) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = \dfrac{3}{2}L^{\frac{-1}{4}}K^{\frac{1}{4}} - \lambda = 0 \quad \dots\dots(1) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \dfrac{1}{2}L^{\frac{3}{4}}K^{\frac{-3}{4}} - 2\lambda = 0 \quad \dots\dots(2) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 26 - L - 2K = 0 \dots\dots(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا لطرف نجد:

$$\frac{3K}{L} = \frac{\lambda}{2\lambda} \Rightarrow \frac{3K}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 6K \dots\dots (4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد:

$$26 - 6K - 2K = 0 \Rightarrow K = 3.25$$

$$L = 6(3.25) \Rightarrow L = 19.5$$

**كمية الإنتاج المثلى:** بتعويض قيم كل من L وK في دالة الإنتاج نجد:

$$X = 2(19.5)^{\frac{3}{4}}(3.25)^{\frac{1}{4}} = 24.9$$

- **طريقة شرطي التوازن:**

في هذه الطريقة يتم استخدام شرطي توازن المنتج من أجل الوصول إلى نقطة التوازن، والشرطين هما:

$$\begin{cases} \boldsymbol{TMST = \frac{P_L}{P_K}} \\ \boldsymbol{R = XP_X + YP_Y} \end{cases}$$

**مثال:**

باستخدام معطيات المثال السابق؛ أوجد نقطة توازن المنتج باستخدام شرطي التوازن

**الحل:**

**لدينا شرطي التوازن:**

$$\boldsymbol{TMST = \frac{P_L}{P_K}} \textbf{.....(1)}$$

$$\boldsymbol{R = XP_X + YP_Y} \textbf{.....(2)}$$

$$\boldsymbol{TMST = \frac{PMg_l}{PMg_k}} = \frac{\frac{3}{2}L^{\frac{-1}{4}}K^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{2}L^{\frac{3}{4}}K^{\frac{-3}{4}}} = \frac{3K}{L}$$

$$TMST = \frac{P_L}{P_K} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3K}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 6K \dots\dots (1)$$

$$26 = L + 2K \dots\dots (2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد: $26 = 6K + 2K \Leftrightarrow 26 = 8K \Rightarrow K = 3.25$

$$\Leftrightarrow L = 19.5$$

**ب- حالة تدنية التكلفة:**

والتوازن هنا يعني إيجاد قيمة أدنى تكلفة ممكنة لإنتاج مستوى معين من المنتوج، وفي هذه الحالة نستخدم طريقة معكوس لاغرانج، وهنا تكون دالة الهدف من الشكل:

$$\begin{cases} \textbf{Min}: CT = Lp_L + Kp_K \\ X = f(L,K) = Constant \end{cases}$$

$$\mathcal{L}=Lp_L + Kp_K + \lambda[X - f(L,K)]$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = P_L - \lambda \dfrac{\partial f(L,K)}{\partial L} = 0 \quad \ldots\ldots(1) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = P_K - \lambda \dfrac{\partial f(L,K)}{\partial K} = 0 \quad \ldots\ldots(2) \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = X - f(L,K) = 0 \ldots\ldots(3) \end{cases}$$

بقسمة (1) على (2) طرفا لطرف نجد:

$$\frac{P_L}{P_K} = \frac{Pmg_L}{Pmg_K}$$

ونعوض في المعادلة (3) لإيجاد تركيبة التوازن.

**مثال:**

إذا كانت لديك دالة الإنتاج التالية: $X=LK=250$ وكان قيد الميزانية: $CT=100L+1000K$

- ✓ أوجد التوليفة المثلى من L وk الواجب استخدامها حتى تكون التكلفة أقل ما يمكن، واحسب قيمة التكلفة المثلى.

**الحل:**

لدينا دالة الهدف من الشكل:

$$\begin{cases} \textbf{Min}: CT=100L+1000K \\ X = f(L,K) = LK = 250 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}=100L + 1000K + \lambda[LK - X]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 100 - \lambda K = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 1000 - \lambda L = 0 \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 250 - LK = 0 \dots\dots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد: $\frac{100}{1000} = \frac{K}{\mathrm{L}} \Rightarrow \mathrm{L} = 10\mathrm{K}$

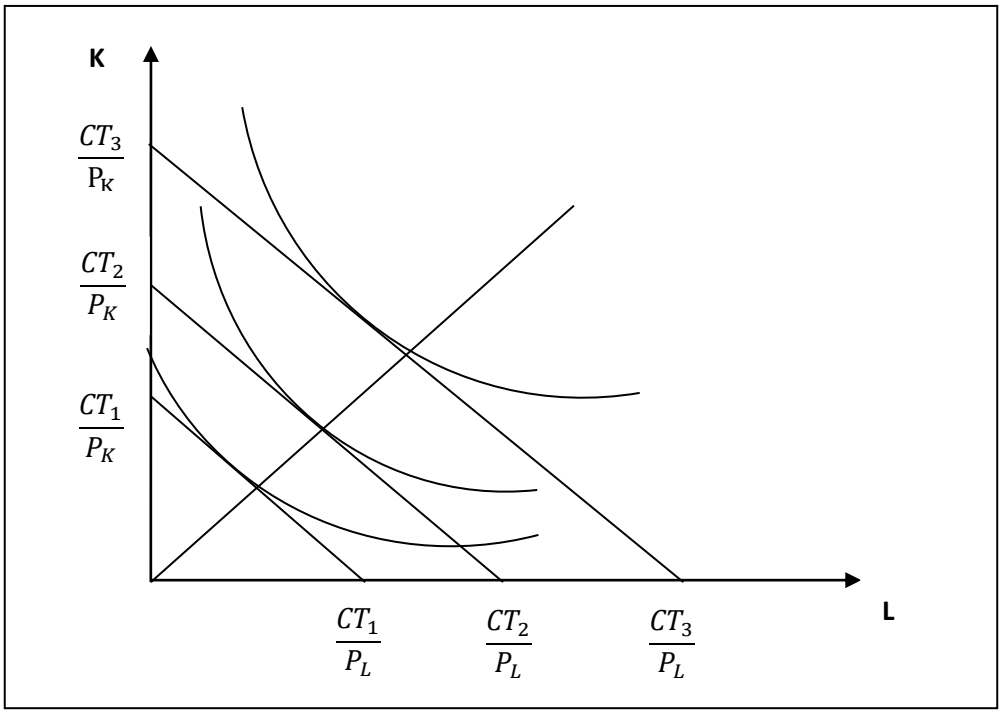
بالتعويض في (3): $250 - L^2 = 0 \Rightarrow L = \sqrt{250} = 50 \Rightarrow K = 5$

إذا التركيبة التي تحقق التوازن هي: $(L, K) = (50,5)$

التكلفة المثلى: $CT = 100(50) + 1000(5) = 10000$

**4. خط المسار التوسعي:**

هو الخط الواصل بين جميع نقاط التوازن المختلفة الناتجة عن تغير التكلفة الكلية بالزيادة أو بالنقصان مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج، فإذا تغيرت التكلفة الكلية بين $(CT_1, CT_2, CT_3)$ مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج يكون شكل منحنى المسار التوسعي كالتالي:



ويمثل خط المسار التوسعي أقل تكلفة تتحملها المؤسسة لإنتاج كميات مختلفة من السلع والخدمات مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج، حيث أن كل التوليفات من L وK التي يمكن أن تكوم محل اختيار المنتج الرشيد تقع على هذا المنحنى. فكلما ابتعدنا عن نقطة الأصل كلما زادت الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج، وبعبارة أخرى فإن هذا المنحنى يدلنا على كيفية تزايد الكميات المستخدمة من العنصرين L وk عندما يتسع نشاط المؤسسة.

**ملاحظة:** إن المعدل الحدي للإحلال TMST يكون متساويا على طول المنحنى وذلك لأن $TMST = \frac{P_L}{P_K}$ عند كل نقطة توازن؛ و$\frac{P_L}{P_K}$ ثابتة.

**مثال:**

إذا كانت لديك دالة الإنتاج التالية: $X = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$ وإذا كان قيد الميزانية التالي: $CT = 20L + 10K$

حيثCT تتغير بين: 2000−2500−3000، وبفرض ثبات باقي العوامل؛ ماهي قيم التركيبات من عوامل الإنتاج التي تحقق التوازن.

- استنتج معادلة المسار التوسعي ومثله بيانيا.

**الحل:**

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = \frac{1}{2}L^{\frac{-1}{2}}K^{\frac{1}{2}} - 20\lambda = 0 \quad \ldots\ldots(1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{-1}{2}} - 10\lambda = 0 \quad \ldots\ldots(2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = CT - 20L - 10K = 0 \ldots\ldots(3)$$

بقسمة (1) على (2) طرفا لطرف: $\frac{K}{L} = 2 \Rightarrow K = 2L \ldots\ldots (4)$

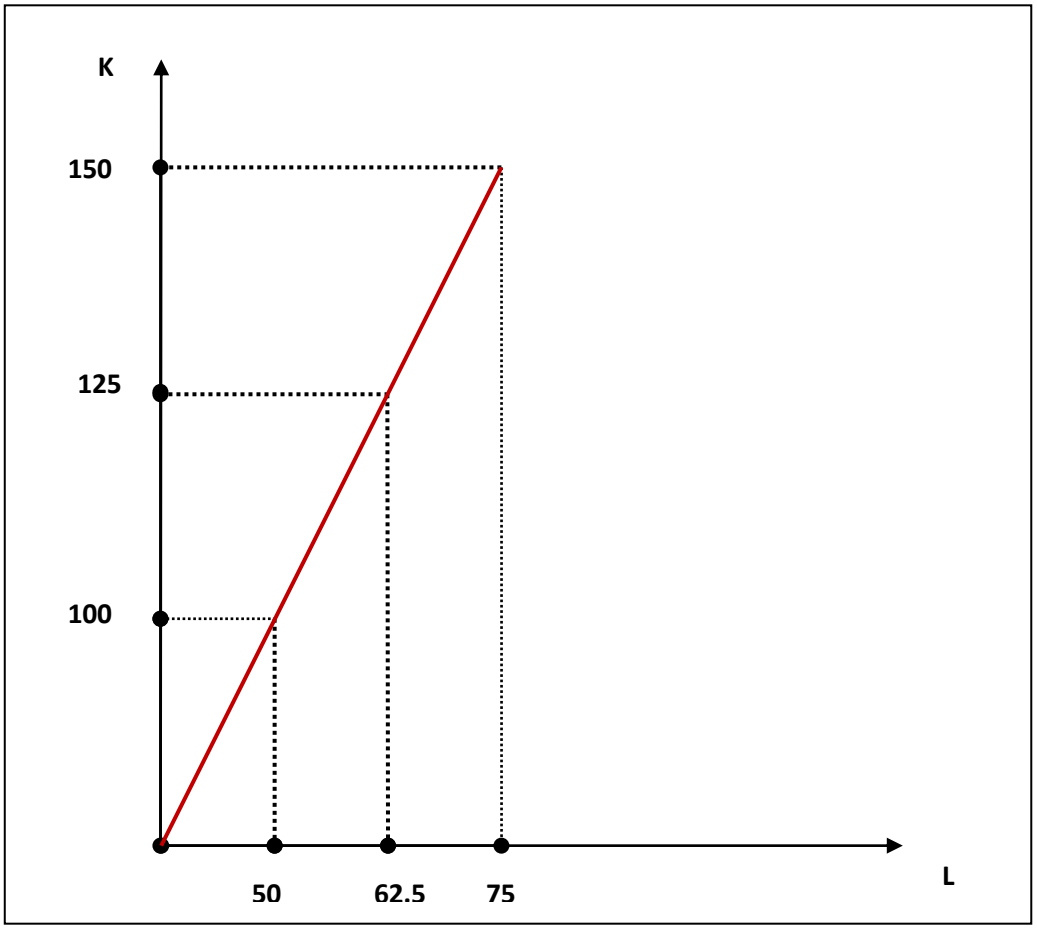
بالتعويض في (3): $CT - 20L - 20L = 0 \Rightarrow 40L = CT$

CT=2000⇒L=$\frac{2000}{40} = 50,\ K = 2L = 100$ ✓

$CT = 2500 \Rightarrow L = \frac{2500}{40} = 62.5,\ K = 2L = 125$ ✓

$CT = 3000 \Rightarrow L = \frac{3000}{40} = 75,\ K = 2L = 150$ ✓

ومنه معادلة المسار التوسعي هي المعادلة رقم (4): K=2L




**5. تعظيم الربح:**

الربح هو الفرق بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية، حيث تمثل الإيرادات عدد الوحدات المباعة مضروبة في سعر الوحدة المباعة (قيمة المبيعات)، ويعبر عنه بـ: $\pi = RT - CT$

ولدينا: $RT = P.X = P.f(L,K)$ حيث: P هو سعر المنتوج وx حجم الإنتاج.

ولدينا: $CT = LP_L + KP_K$ ومنه: $\pi = P.f(L,K) - LP_L - KP_K$

نلاحظ أن معادلة الربح عبارة عن تابع لمتغيرين هما العمل (L) ورأس المال (K) وبذلك يمكن تحديد النهاية العظمى لهذا التابع باشتقاقه جزئيا بالنسبة لـ (L) و(K)

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\sigma\pi}{\sigma L} = P.f(L) - P_L = 0 \Rightarrow P.f(L) = P_L \\ \frac{\sigma\pi}{\sigma K} = P.f(K) - P_K = 0 \Rightarrow P.f(K) = P_K \end{array}\right\}$$ وهو شرط اعظيم الربح

**مثال:**

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما كالتالي: $X = -L^2 - 2K^2 + 10L + 5K$

وإذا كانت لديك المعطيات التالية: $P_L = 5, P_K = 9, P_X = 15$

**المطلوب:** ما هي الكميات من L وk التي تعظم ربح المؤسسة؟ وما هي قيمة أعظم ربح؟

**الحل:**

$$RT = P.X = 15X, \quad CT = 5L + 9K$$

$$\pi = RT - CT = 15X - 5L - 9K = 15(-L^2 - 2K^2 + 10L + 5K) - 5L - 9K$$

$$\pi = -15L^2 - 30K^2 + 150L + 75K - 5L - 9K = -15L^2 - 30K^2 + 145L + 66K$$

شرط تعظيم الربح هو أن تنعدم المشتقات الجزئية الأولى لدالة الربح:

$$\frac{\sigma\pi}{\sigma L} = 0 \Rightarrow -30L + 145 = 0 \Rightarrow L = \frac{145}{30} = 4.83$$

$$\frac{\sigma\pi}{\sigma K} = 0 \Rightarrow -60K + 66 = 0 \Rightarrow K = \frac{66}{60} = 1.1$$

قيمة أقصى ربح: $\pi = -15L^2 - 30K^2 + 145L + 66K$

$$= -15(4.83)^2 - 30(1.1)^2 + 145(4.83) + 66(1.1)=386.85$$

**6. مرونة الإنتاج ومرونة الإحلال:**

**1.6 .مرونة الإنتاج:** هي عبارة عن التغير النسبي في كمية الإنتاج الكلي والناتج عن التغير النسبي في عامل الإنتاج المتغير في المدى القصير، فإذا كان عنصر الإنتاج المتغير هو العمل L فيكون:

$$E_L = \frac{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta X}{\Delta L}.\frac{L}{X} = \frac{\boldsymbol{Pmg_l}}{\boldsymbol{PM_L}}$$

**وإذا كان عنصر رأس المال هو المتغير فإن:** $E_K = \frac{\boldsymbol{Pmg_K}}{\boldsymbol{M_K}}$

**2.6. مرونة الإحلال بين L وk:**

على طول منحنى الناتج المتساوي يكون المعدل الحدي للإحلال التقني متناقص وكذلك النسبة $\left(\frac{K}{\mathrm{L}}\right)$ هذه النسبة التي تعبر عن كثافة رأس المال أو شدة استخدام رأس المال، حيث تسمى هذه النسبة بعامل الشدة.

تقيس مرونة الإحلال بين L و k نسبة التغير في شدة رأس المال عند تغير المعدل الحدي للإحلال بـ 1% ويعبر عنها رياضيا بـ:

$$\boldsymbol{\partial} = \frac{\Delta\left(\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}}\right)/(\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}})}{\boldsymbol{\Delta TMST/TMST}}$$

وعند التوازن يكون المعدل الحدي للإحلال التقني مستويا إلى نسبة الأسعار $\left(\frac{L}{P_K}\right)$ وفي هذه الحالة تكون مرونة الإحلال مساوية لـ:

$$\boldsymbol{\partial} = \frac{\Delta\left(\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}}\right)/(\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}})}{\Delta(\frac{\boldsymbol{P_L}}{\boldsymbol{P_K}})/(\frac{\boldsymbol{P_L}}{\boldsymbol{P_K}})}$$

وهنا تبين لنا مرونة الإحلال نسبة التغير في شدة استخدام رأس المال عند تغير السعر النسبي بـ: 1%.

### 7. دوال الطلب على عناصر الإنتاج:

إن الطلب على عناصر الإنتاج يكون من طرف المنتج، وهو طلب مشتق من الطلب على المنتوج، فكلما انتعش الطلب على المنتوج كلما زاد الطلب على العمالة ورأس المال، إذا فإن الطلب على أي عنصر من عناصر الإنتاج يرتبط بسعره وسعر المنتوج وأسعار عوامل الإنتاج الأخرى، وبذلك يعبر عن دوال الطلب رياضيا بـ:

$$D_L = f(P_X, P_L, P_K), \qquad D_K = f(P_X, P_L, P_K)$$

حيث: $D_K$: حجم الطلب على عنصر رأس المال

$D_L$: حجم الطلب على عنصر العمل

وتستخرج هذه الدوال من الشروط الأولى لتعظيم الربح، لأن المنتج يطلب الكميات التي تحقق له أعظم ربح، ويكون الربح أعظمي عندما تنعدم المشتقات الأولى بالنسبة لعوامل الإنتاج.

**مثال:**

إذا كانت لديك دالة الإنتاج التالية: $X = f(L, K) = 2L^2 - KL + K^2$

وإذا كان قيد الميزانية كالتالي: $CT = LP_L + KP_K$ سعر المنتوج هو: $P_X$ أوجد دوال الطلب على عوامل الإنتاج.

**الحل:** $\pi = RT - CT = P_X(2L^2 - LK + K^2) - LP_L - KP_K$

$$\frac{\sigma\pi}{\sigma L} = 4P_X L - KP_X - P_L = 0 \ldots..(1)$$

$$\frac{\sigma\pi}{\sigma K} = 2P_X K - P_X L - P_K = 0 \ldots..(2)$$

من المعادلة (1): $K = \frac{4P_X - P_L}{P_X} \ldots\ldots..(3)$

بتعويض (3) في (2) نجد:

$$2P_X\left(\frac{4P_X-P_L}{P_X}\right)-P_XL=0 \quad \Rightarrow 8P_XL-2P_L-P_XL-P_K=0$$

$\Rightarrow 7P_XL-2P_L-P_K=0 \Rightarrow L=\frac{2P_L+P_K}{7P_X}$ وهي معادلة الطلب على L

بالتعويض في (3): $K=\frac{4P_K+P_L}{7P_X}$ وهي معادلة الطلب على K

**ثالثا: نظرية العرض:**

**1. تعريف العرض:** هو الكمية المنتجة من سلعة ما والتي يرغب المنتجون في بيعها، أو تلك التي يتم عرضها للبيع، أما كمية المبيعات الفعلية فهي الكميات التي نجحوا في بيعها فعلا، هذا إضافة إلى اختلاف كمية المبيعات عن الكمية المعروضة، فليس كل ما ينتج يباع، فهناك جزء من الإنتاج قد يتعرض للتلف، وجزء يخزن، وجزء يوجه للاستهلاك الشخصي.

**2. العوامل المحددة للعرض:** يتحدد العرض بمجموعة من العوامل:

أ- **هدف المؤسسة المنتجة:** يتأثر مستوى عرض سلعة معينة إلى درجة كبيرة بأهداف المؤسسة المنتجة، فإذا كان هدفها زيادة نصيبها من السوق المحلي أو العالمي؛ فإنها سوف تزيد من إنتاج السلعة وعرضها.

ب-**مستوى التقدم الفني للعمليات الإنتاجية:** عادة ما تكون هناك علاقة طردية بين مستوى التقدم التقني والفني للعمليات الإنتاجية، وبين مستوى الإنتاج للسلعة وعرضها والعكس صحيح.

ت-**أسعار عوامل الإنتاج:** عادة ما تكون هناك علاقة عكسية بين أسعار عوامل الإنتاج والكمية المعروضة؛ فبارتفاع أسعار عوامل الإنتاج تزيد التكاليف الكلية؛ مما يؤدي بالمؤسسة إلى تخفيض الإنتاج والعرض، والعكس صحيح في حالة انخفاض أسعار عوامل الإنتاج.

ث-**سعر السلعة المنتجة:** عادة ما تكون هناك علاقة طردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها؛ فبزيادة سعر السلعة فإن ذلك سيكون حافزا لتزيد المؤسسة في الكمية المنتجة والمعروضة لتحقيق قدر أكبر من الربح.

ج- **أسعار السلع الأخرى:** تعتبر أسعار السلع الأخرى من العوامل المهمة المحددة لعرض المؤسسة من سلعة معينة خلال فترة معينة، ويقصد بالسلع الأخرى هنا السلع التي يستطيع المنتجون تحويل نشاطهم الإنتاجي إليها سعيا لتحقيق أقصى ربح ممكن من عملية الإنتاج.[2]

ح- **الضرائب:** تعتبر الضرائب تكاليف إضافية بالنسبة للمؤسسة، لذلك يتوقع وجود علاقة عكسية بين عرض سلعة ما والضرائب المفروضة على منتجي هذه السلعة.

خ- **الإعانات:** عادة توجد علاقة طردية بين عرض سلعة ما والإعانات التي تقدمها الحكومة لمنتجي هذه السلعة، فالإعانات تعتبر حافزا لزيادة الإنتاج وبالتالي زيادة الكمية المعروضة.

**3. دالة أو منحنى العرض:**

من خلال العوامل المحددة للعرض يمكن كتابة دالة العرض كالتالي:

$$Q_X = f(x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n)$$

حيث تمثل $(x_1, x_2, x_3 \dots \dots \dots x_n)$ العوامل المحددة للعرض؛ كسعر السلعة، هدف المؤسسة، التقدم التقني....

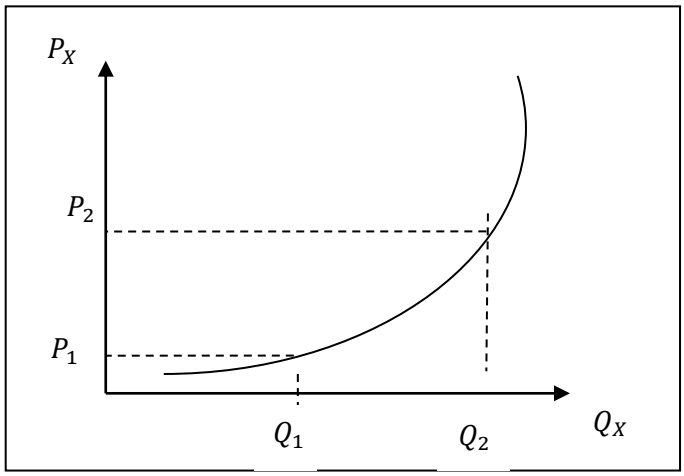
$Q_X$: كمية السلعة المعروضة.

وغالبا ما تتم دراسة عرض المؤسسة لسلعة ما بناء على مستوى سعرها فحسب، وبالتالي تكون دالة العرض عبارة عن الكمية دالة في السعر:

$$\boldsymbol{Q_X = f(p)}$$

وبالتالي يمكن تمثيلها بيانيا كالتالي:

[2] السيد محمد أحمد السريتي، مرجع سبق ذكره، ص54.




يلاحظ من الشكل أن ميل منحنى العرض موجب نتيجة للعلاقة الطردية بين الكمية المعروضة من سلعة ما وسعرها.

### 1.3. التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة:

- **التغير في العرض:** وينتج في التغير في العوامل السابقة المؤثرة في العرض (محددات العرض) ما عدا سعر السلعة، ويظهر انتقال منحنى العرض بحالتين:

أ- انتقال منحنى العرض إلى اليمين في حالة زيادة العرض، والتي تحدث نتيجة لـ:

- زيادة عدد بائعي السلعة؛
- التطور التكنولوجي وبالتالي تحسن التقنية المستخدمة في الإنتاج؛
- انخفاض أسعار عناصر الإنتاج؛
- انخفاض الضرائب؛
- زيادة الإعانات الحكومية.

ب- انتقاله إلى اليسار في حالة انخفاض العرض، والذي يحدث نتيجة لـ:

- انخفاض عدد منتجي السلعة وبالتالي البائعين لها؛
- استخدام تقنية أقل تطورا في العملية الإنتاجية؛
- ارتفاع أسعار عوامل الإنتاج؛

- ارتفاع الضرائب؛
- انخفاض الإعانات الحكومية.

– **التغير في الكمية المعروضة:** وينتج هذا التغير عن تغيرات في سعر السلعة ذاتها، مع ثبات باقي العوامل، ويتمثل في الانتقال من نقطة إلى أخرى على منحنى العرض نفسه، حيث تكون العلاقة طردية؛ أي تزيد الكمية المعروضة بزيادة السعر والعكس صحيح.

### 2.3. مرونة العرض السعرية:

تعرف مرونة العرض السعرية بأنها مقياس لدرجة استجابة الكمية المعروضة من سلعة ما لتغير معين في سعرها، مع ثبات باقي العوامل، وبالتالي يمكن قياسها بـ:

$$\frac{\text{التغير النسبي في الكمية المعروضة من سلعة ما}}{\text{التغير النسبي في سعرها}}$$

$$E_P = \frac{\Delta Q}{Q} / \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}$$

وتكون إشارتها موجبة نتيجة للعلاقة الطردية بين السعر والكمية

**الحالات العامة لمرونة العرض:**

- إذا كان: $E_P > 1$ $\Leftarrow$ العرض مرن، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة يكون أكبر من التغير النسبي في سعر السلعة.
- إذا كان: $E_P < 1$ $\Leftarrow$العرض غير مرن (قليل المرونة)، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة يكون أقل من التغير النسبي في سعر السلعة.
- إذا كان: $E_P = 1$ $\Leftarrow$العرض متكافئ المرونة (مرن وحدوي)، أي أن التغير النسبي في الكمية المعروضة يكون مساويا لنسبة التغير في السعر.

**العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية:**

هناك سلع يكون عرضها مرن وسلع أخرى يكون عرضها غير مرن، وتتوقف مرونة العرض على عدة عوامل:

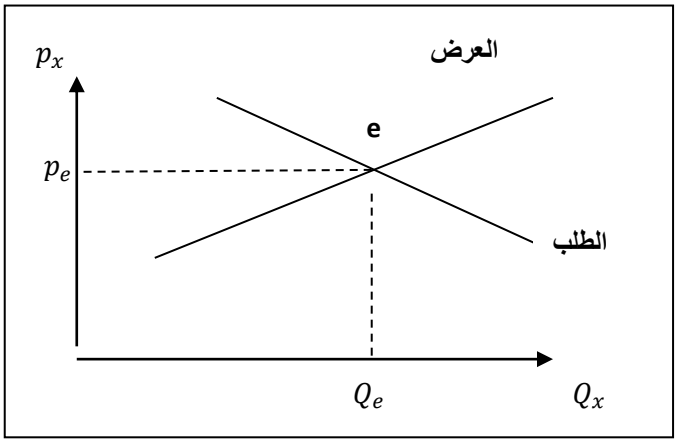
- **مدى قابلية السلعة للتخزين:** إذا كانت السلعة قابلة للتخزين يكون عرضها مرن، وإذا كانت السلعة غير قابلة للتخزين يكون عرضها غير مرن.

- **طبيعة العملية الإنتاجية:** إذا كانت عملية إنتاج السلعة سهلة وبسيطة بحيث يسهل على المنتجين تغيير كمية الإنتاج و بالتالي تغير الكمية المعروضة من السلعة عند حدوث تغير في ثمنها يكون عرض السلعة مرن. وبالعكس إذا كانت عملية الإنتاج معقدة بحيث يصعب على المنتجين تغيير كمية الإنتاج من السلعة عند حدوث تغير في سعرها يكون عرض السلعة غير مرن.

- **التوقعات المستقبلية بالأسعار:** إذا توقع المنتجين استمرار التغير في أسعار السلعة في المستقبل فإنهم يغيرون الكمية المعروضة بدرجة كبيرة و بالتالي يكون عرض السلعة مرن. وبالعكس إذا توقع المنتجين أن التغير في سعر السلعة مؤقت وبالتالي يكون عرضت ولن يستمر في المستقبل فإنهم لن يغيروا الكمية المعروضة من السلعة كثيرا وبالتالي يكون عرض السلعة غير مرن.

**4. توازن السوق:**

يتحقق توازن السوق لسلعة معينة عندما تتقابل رغبات المستهلكين مع رغبات المنتجين لهذه السلعة عند وضع معين، أو هو تعادل قوى العرض مع قوى الطلب عند سعر وكمية معينين، ويتحدد التوازن بيانيا عند التقاء منحنى العرض مع منحنى الطلب في نقطة واحدة تسمى نقطة التوازن، كما هو موضح في الشكل التالي:




تمثل النقطة $e(Q_e, P_e)$ نقطة التوازن

**مثال :**

إذا كانت لديك المعطيات التالية والتي تمثل الكميات المعروضة والمطلوبة من السلعة x عند التغير من خلال الجدول نلاحظ ما يلي:

| السعر | الكمية المطلوبة | الكمية المعروضة |
|---|---|---|
| 5 | 300 | 700 |
| 4 | 400 | 600 |
| 3 | 500 | 500 |
| 2 | 600 | 400 |
| 1 | 700 | 300 |

-هناك علاقة طردية بين السعر والكمية المعروضة؛

-هناك علاقة عكسية بين السعر والكمية المطلوبة،

-يتساوى مستوى العرض مع مستوى الطلب عند السعر $P_x = 3$

## أسئلة خاصة بالفصل الأول:

1. ماهو الفرق بين التقسيم التقليدي والتقسيم الحديث لعوامل الإنتاج؟

2.كيف تكون غلة الحجم لدالة متجانسة من الدرجة (N=0 و N=1)؟

3. ما معنى الطلب على عوامل الإنتاج هو طلب مشتق؟

**الأجوبة:**

1.يقسم التقسيم التقليدي (الكلاسيكي) عوامل الإنتاج إلى 4 أقسام (الأرض، رأس المال، العمل، التنظيم)، أما التقسيم الحديث فقام بدمج عنصر الأرض مع عنصر رأس المال، وعنصر التنظيم مع عنصر العمل؛ فأصبح هناك عاملان فقط (العمل ورأس المال).

.2

– تكون غلة الحجم لدالة إنتاج متجانسة من الدرجة (0) متناقصة؛ حيث أن الزيادة في عوامل الإنتاج بأي نسبة لا يؤدي إلى أي زيادة في حجم الإنتاج.

– أما غلة الحجم لدالة متجانسة من الدرجة (1) فهي ثابتة؛ ومعناه أن الزيادة في عوامل الإنتاج بنسبة معينة يؤدي إلى الزيادة في حجم الإنتاج بنفس النسبة.

3. إن الطلب على عوامل الإنتاج هو طلب مشتق من الطلب على المنتج (السلعة المنتجة)؛ فكلما انتعش الطلب على المنتج زاد الطلب على عوامل إنتاجه، والعكس صحيح؛ أي كلما انخفض الطلب على المنتج انخفض إنتاجه وبالتالي يقل الطلب على عوامل إنتاجه.

## تمارين محلولة

**تمرين 1:**

إذا كانت دالة الإنتاج التالية: $X=2L^{\frac{2}{3}} K^{\frac{1}{3}}$

1. بكم يتضاعف الإنتاج إذا تضاعفت عوامل الإنتاج مرتين؟

2. أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال التقني.

3. إذا كان قيد الميزانية كالتالي: $200=4L+6k$، أوجد التركيبة المثلى من عوامل الإنتاج؟

4. احسب مرونة الإنتاج لـL عند نقطة التوازن.

**تمرين 2:**

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما كالتالي: $X=AKL$/ حيث A: عدد ثابت.

1. ماهي درجة تجانس الدالة، استنتج غلة الحجم المقابلة.

2. من أجل $A=\frac{1}{3}$ أوجد الإنتاجية الحدية لعنصر العمل ورأس المال.

3. إذا كان لديك المعلومات التالية:

- تكلفة الإنتاج $CT=600$ ؛
- سعر الوحدة من عنصر رأس المال $p_k=50$؛
- سعر الوحدة من عنصر العمل $p_L=10$؛
- $A=\frac{1}{3}$.

- أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال التقني.
- باستخدام شرطي التوازن أوجد قيم L وk الواجب استخدامهما للحصول على كمية الإنتاج المثلى، وما هي كمية الإنتاج المثلى؟
- احسب مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل وفسر معناها اقتصاديا.

**تمرين 3:**

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما كالتالي : X=10K+5L+6KL

وإذا كانت المؤسسة تستخدم في حالة التوازن 60 وحدة من L و 100 وحدة من K بتكاليف قدرها 600

1- احسب كمية الإنتاج المثلى.

2- أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال التقني .

3- أوجد سعر الوحدة الواحدة من عناصر الإنتاج .

**حل التمرين 1:**

لدينا: $X = 2L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}},\ 200 = 4L + 6K$

1.نسبة الزيادة في الإنتاج عند زيادة عوامل الإنتاج بالضعف (t=2):

$$X^* = f(2L, 2K) = 2(2L)^{\frac{2}{3}}(2K)^{\frac{1}{3}} = 2(2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}) \times L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2 \times 2L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}} = 2X$$

ومنه إذا تضاعفت عوامل الإنتاج بنسبة t=2 فإن الإنتاج يتضاعف بنفس النسبة.

2.عبارة المعدل الحدي للإحلال:

$$TMST = \frac{PMg_l}{PMg_k} = \frac{\frac{4}{3}L^{\frac{-1}{3}}K^{\frac{1}{3}}}{\frac{2}{3}L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{-2}{3}}} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{K}{L} = \frac{2K}{L}$$

3.إيجاد نقطة التوازن (باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج):

لدينا دالة الهدف من الشكل: $\boldsymbol{MAX}: X = f(L,K) = 2L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$

S/c : $CT = 4L + 6K = 200$

$$\mathcal{L} = f(L,K) + \lambda(CT - Lp_L - Kp_K)$$

$$\mathcal{L} = 2L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}} + \lambda(200 - 4L - 6K)$$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L}=\frac{4}{3}L^{\frac{-1}{3}}K^{\frac{1}{3}}-4\lambda=0$ ……(1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}=\frac{2}{3}L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{-2}{3}}-6\lambda=0$ ……(2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=200-4L-6K=0$……(3)

بقسمة المعادلة (1) على (2) طرفا لطرف نجد:

$$\frac{2K}{\mathrm{L}}=\frac{2}{3}\Rightarrow 6\mathrm{K}=2\mathrm{L}\Rightarrow \mathrm{K}=\frac{1}{3}\mathrm{L}\ldots\ldots(4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد:

$$200-4L-6\left(\frac{1}{3}L\right)=0\Rightarrow 200=6L\Rightarrow L=\frac{100}{3},\qquad K=\frac{100}{9}$$

4.مرونة الإنتاج لعنصر العمل:

$$E_L=\frac{PMg_l}{PM_L}\ /\ PM_L=\frac{X}{L}=\frac{2L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}}{L}=2L^{\frac{-1}{3}}K^{\frac{1}{3}}$$

ولدينا: $PMg_l=\frac{4}{3}L^{\frac{-1}{3}}K^{\frac{1}{3}}$ ومنه:

$$E_L=\frac{\frac{4}{3}L^{\frac{-1}{3}}K^{\frac{1}{3}}}{2L^{\frac{-1}{3}}K^{\frac{1}{3}}}=\frac{2}{3}$$

**حل التمرين 2:**

1.درجة تجانس الدالة:

$$X^*=A(tLtK)=\ t^2\times AKL$$

ومنه الدالة متجانسة من الدرجة الثانية، ومنه فإن غلة الحجم متزايدة.

2.الإنتاجية الحدية لكل من عنصر العمل وعنصر رأس المال:

$$A=\frac{1}{3}\Rightarrow X=\frac{1}{3}KL$$

- $PMg_L=\frac{\partial X}{\partial L}=\frac{1}{3}K$

- $PMg_K = \frac{\partial X}{\partial K} = \frac{1}{3}L$

3.التوازن باستخدام الشرطين:

لدينا شرطي التوازن:

$$\begin{cases} TMST = \frac{P_L}{P_K} \\ CT = LP_L + KP_K \end{cases} \qquad / \; TMST = \frac{\frac{1}{3}K}{\frac{1}{3}L} = \frac{K}{L}$$

$$TMST = \frac{P_L}{P_K} \Leftrightarrow \frac{K}{L} = \frac{10}{50} \Rightarrow K = \frac{1}{5}L \ldots\ldots (1)$$

$$200 = 10L + 50K \ldots\ldots (2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد:

$$200 = 10L + 50\left(\frac{1}{5}L\right) \Rightarrow 200 = 20L \;\; \Rightarrow L = 10\,, K = 2$$

ومنه كمية الإنتاج المثلى:

$$X = \frac{1}{3}(2)(10) = \frac{20}{3}$$

4.مرونة الإنتاج لـ K:

$$E_{\mathrm{K}} = \frac{\mathrm{PMg_k}}{\mathrm{PM_K}} \quad / \; \mathrm{PM_K} = \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{K}} = \frac{1}{3}\mathrm{L}$$

ومنه: $E_{\mathrm{K}} = \frac{\frac{1}{3}\mathrm{L}}{\frac{1}{3}\mathrm{L}} = 1$

التفسير: عند زيادة عنصر رأس المال (K) بنسبة معينة فإن حجم الإنتاج يزيد بنفس النسبة.

**حل التمرين 3:**

لدينا: X=10K+5L+6KL

2. كمية الإنتاج المثلى:

$$X = 10(100) + 5(60) + 6(100)(60) = 37300$$

2.عبارة المعدل الحدي للإحلال:

$$TMST = \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{5+6K}{10+6L}$$

3. إيجاد الكميات من X و y:

باستخدام شرطي التوازن:

$$TMST = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{5+6K}{10+6L} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{5+6(100)}{10+6(60)} = \frac{P_L}{P_K}$$

$$\Rightarrow \frac{605}{370} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow P_L = \frac{121P_K}{74} \dots\dots(1)$$

ولدينا: $CT = LP_L + KP_K \Rightarrow 600 = 60P_L + 100P_K \dots\dots(2)$

بتعويض (1) في (2) نجد:

$$600 = 60\left(\frac{121P_K}{74}\right) + 100P_K \Rightarrow 600 = 98P_K + 100P_K \Rightarrow P_K = 3$$

$$\Rightarrow P_L = \frac{121(3)}{74} = 4.9$$

# الفصل الثاني:

## نظرية التكاليف

## الفصل الثاني: نظرية التكاليف

### أولا: مقدمة حول التكاليف

يتوقف حجم الإنتاج الذي تريد طرحه مؤسسة ما في السوق على تكاليف عوامل الإنتاج المستخدمة في عملية الإنتاج، بالإضافة طبعا إلى سعر المنتوج الذي تريد طرحه في السوق.

إن المسار التوسعي هو المنحنى الذي يمر من نقاط التوازن التي تحقق للمنتج أعظم إنتاج أو أدنى تكلفة، حيث تتغير هذه النقاط بتغير التكلفة الكلية، ومن هنا تبرز علاقة بين الإنتاج والتكلفة يمكن اشتقاقها رياضيا كما يلي:

حيث: $CT = f(X)$

**CT**: التكلفة الكلية

**X**: مستوى الإنتاج

1. **التكلفة الثابتة:** هي التكلفة التي لا ترتبط بمستوى الإنتاج، وتسدد من طرف المنتج مهما كان مستوى الإنتاج (التأمينات، الإيجار، التجهيزات...).

**مثلا:** نفترض أن مؤسسة لإنتاج مادة الطماطم تستأجر آلة تشغيل لمدة سنة، فيتعين عليها دفع 2000 دينار شهريا لتغطية تكلفة عقد الإيجار، بغض النظر عن حجم الإنتاج في كل شهر.

2. **التكلفة المتغيرة:** هي التكلفة التي تتغير مع تغير مستوى الإنتاج، حيث تزيد التكاليف المتغيرة بزيادة حجم الإنتاج وتنخفض بانخفاضه (تكلفة المواد الأولية، الأجور...).

**مثلا:** تستخدم مؤسسة (بيفا) لإنتاج الحلويات والعصير كمية معينة من مواد التغليف، هذه الكمية تتغير بتغير حجم الإنتاج، فتزداد بزيادته وتنخفض بانخفاضه.

**ثانيا: دالة التكاليف في المدى القصير ودالة التكاليف في المدى الطويل**

إن أي مشروع إنتاجي يواجه مشكلة اختيار طريقة الإنتاج، ولمواجهة هذه المشكلة يتخذ المنظمون عددا من القرارات منها ما يتعلق بمشاكل الإنتاج اليومية، ومنها ما يتعلق بالتوقعات المستقبلية، ويقابل ذلك قرارات قصيرة الأجل، وقرارات طويلة الأجل.

**1.دالة التكلفة في المدى القصير:**

في المدى القصير تنقسم التكاليف إلى تكاليف ثابتة وتكاليف متغيرة:

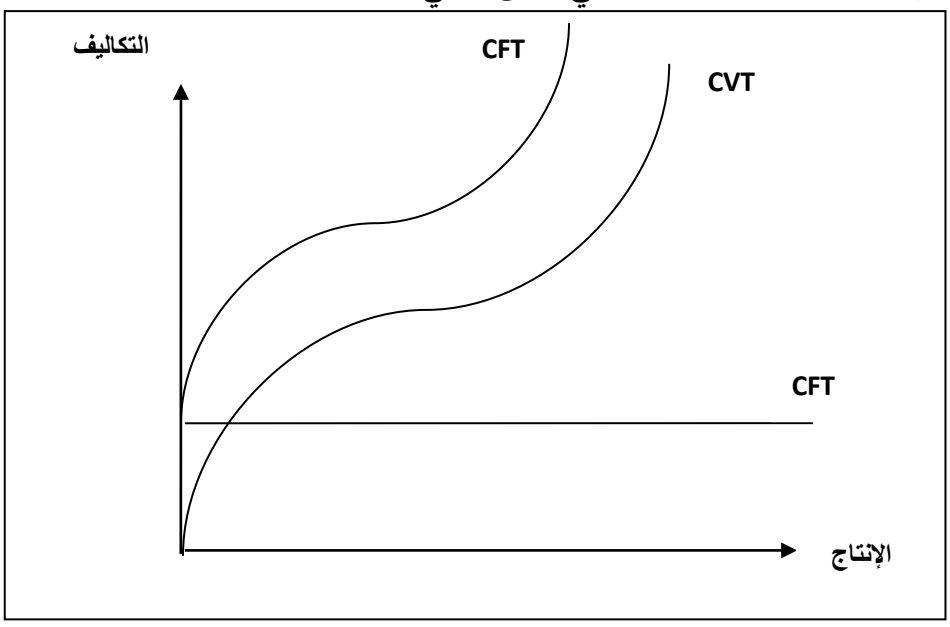
ويمكن كتابة الصيغة الرياضية للتكلفة الكلية كالتالي: $CT = CVT + CFT$ حيث:

CT: التكلفة الكلية (Cout Total)

CVT: التكلفة المتغيرة الكلية (Cout variable total)

CFT: التكلفة الثابتة الكلية (Cout fixe total)

ويمكن تمثيل التكاليف الثلاث السابقة في البيان التالي:



### 1.1.أصناف التكاليف والعلاقة بينها:

تعتبر منحنيات التكاليف الكلية السابقة مهمة جدا في تحليل التكاليف في المدى القصير، إلا أنه لا يمكن تجاهل منحنيات تكلفة الوحدة المنتجة، ويمكن التمييز بين أربعة أصناف لتكاليف الإنتاج:

**أ.التكلفة الثابتة المتوسطة(Cout fixe moyen) CFM:** عبارة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة الثابتة الكلية، ويعبر عنها بـ: $CFM = \frac{CFT}{X}$ حيث:

CFM: التكلفة الثابتة المتوسطة

CFT: التكلفة الثابتة الكلية

X: مستوى الإنتاج

**ب.التكلفة المتغيرة المتوسطة (Cout variable moyen) CVM:** عبارة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة المتغيرة الكلية، ويعبر عنها بـ: $CVM = \frac{CVT}{X}$ حيث:

CVM: التكلفة المتغيرة المتوسطة

CVT: التكلفة المتغيرة الكلية

X: مستوى الإنتاج

**ج.التكلفة الكلية المتوسطة (Cout total moyen) CTM:** عبارة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكاليف الكلية ويعبر عنها بـ: $CTM = \frac{CT}{X}$ حيث:

CTM: التكلفة الكلية المتوسطة

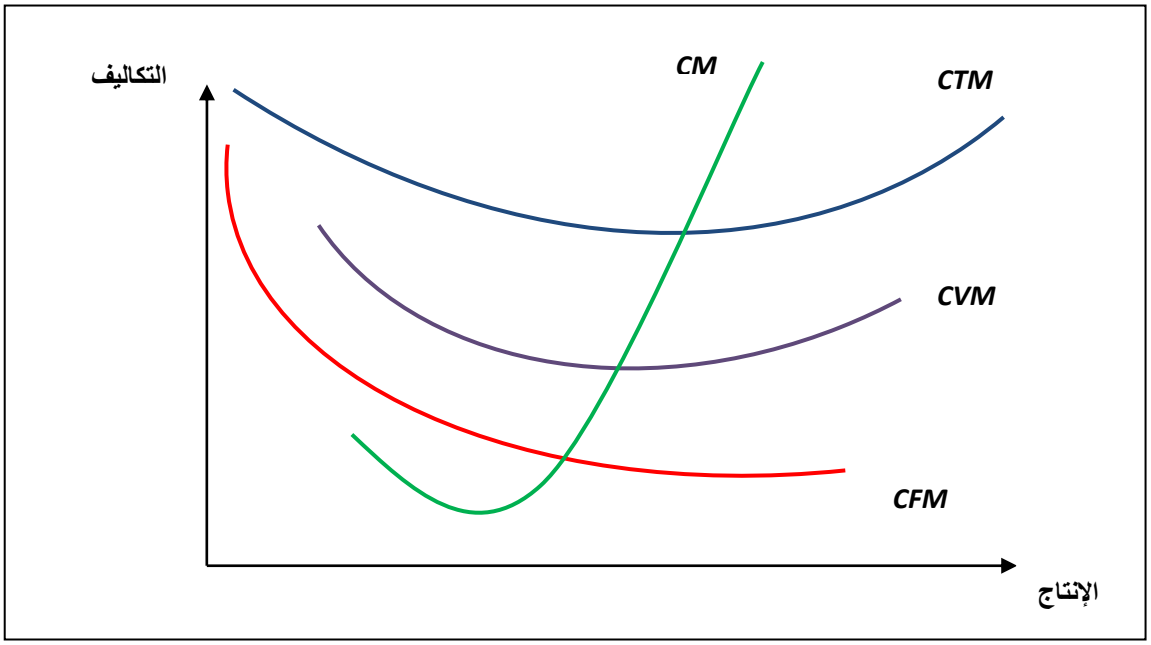
CT: التكلفة الكلية

X: مستوى الإنتاج

**د.التكلفة الحدية (Cout marginal) Cm:** هي التكلفة الإضافية الناتجة عن إنتاج وحدة إضافية، أو هي مقدار التغير في التكلفة الكلية الناتج عن التغير في حجم الإنتاج بوحدة واحدة (بالتالي فالتكلفة الكلية الحدية هي نفسها التكلفة المتغيرة الحدية) ويعبر عنها بـ: $Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta X} = \frac{\Delta CVT}{\Delta X}$ وفي الحالة المستمرة:

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = \frac{\partial CVT}{\partial X}$$

ويمكن تمثيل أصناف التكاليف السابقة فيما يلي:




**ملاحظات:**

1. تبلغ التكلفة الحدية Cm نهايتها الصغرى عند مستوى إنتاج أقل من المستوى الذي تبلغ عنده التكلفة الكلية المتوسطة CTM والتكلفة المتغيرة المتوسطة CVM نهايتهما الصغرى؛
2. تتخذ التكلفة المتوسطة الثابتة شكل القطع الزائد لأنها تتناقص بزيادة حجم الإنتاج، ويفسر ذلك بتناقص نصيب الوحدة من التكاليف الثابتة؛

3. يقطع منحنى التكلفة الحدية Cm منحنى التكلفة الكلية المتوسطة CTM والمتغيرة المتوسطة CVM عند القيمة الصغرى لهما؛

4. يكون الإنتاج أعظمي إذا كانت CTM في أدنى نقطة لها، أو عندما: Cm=CTM؛

5. يأخذ كل من منحنى CTM, CVM, Cm شكل حرف U.

**مثال1:**

إذا كانت لديك المعطيات التالية والتي تمثل كمية الإنتاج المنتجة والتكلفة الثابتة الكلية والمتغيرة الكلية، احسب كل من: CT, CFM,CVM, Cm

| X | CFT | CVT | CT | CFM | CVM | CVT | Cm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 60 | 30 | 90 | 60 | 30 | 90 | - |
| 2 | 60 | 40 | 100 | 30 | 20 | 50 | 10 |
| 3 | 60 | 45 | 105 | 20 | 15 | 35 | 5 |
| 4 | 60 | 55 | 115 | 15 | 13.75 | 28.75 | 10 |
| 5 | 60 | 75 | 135 | 12 | 15 | 27 | 20 |
| 6 | 60 | 120 | 180 | 10 | 20 | 30 | 45 |

*CT= CFT+CVT= 60+30+90*

*CFM=* $\frac{CFT}{X} = \frac{60}{1} = 60, \frac{60}{2} = 30$ …..

*CVM=* $\frac{CVT}{X} = \frac{30}{1}, \frac{40}{2}$.....

*Cm=* $\frac{\Delta CT}{\Delta X} = \frac{100-90}{2-1} = 10$ او $\frac{\Delta CVT}{\Delta X} = \frac{40-30}{2-1} = 10$

**مثال 2:**

لتكن لديك دالة التكلفة المتوسطة لمؤسسة ما كما يلي: $CTM = 90 - 2X + 2X^2$

- أوجد دالة التكلفة الكلية والحدية.
- أوجد نقطة تقاطع المنحنيين (CTM, Cm)

**الحل:**

$$\text{CTM}=\frac{CT}{X} \Rightarrow CT = CTM \times X \Rightarrow CT = (90 - 2X + 2X^2)X = 90X - 2X^2 + 2X^3$$

$$\text{Cm}= \frac{\partial CT}{\partial X} = 90 - 4X + 6X^2$$

نقطة تقاطع المنحنيين:

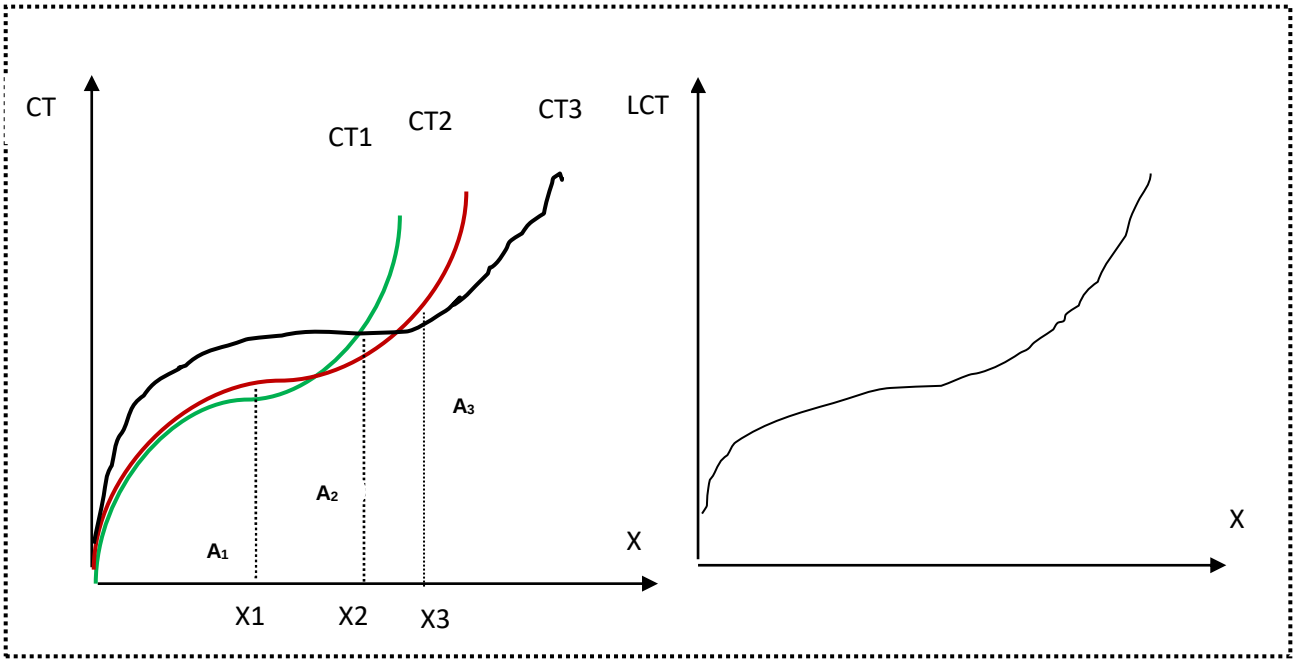
$$\text{Cm= CTM} \Rightarrow 90 - 4X + 6X^2 = 90 - 2X + 2X^2 \Rightarrow 4X^2 - 2X = 0$$

$$X(4X - 2) = 0 \Rightarrow X = 0 \text{ أو } 4X - 2 = 0 \Rightarrow X = \frac{1}{2}$$

**2.دالة التكاليف في المدى الطويل:**

المدى الطويل هو المدى الذي يتسع فيه الوقت لتغيير حجم عناصر الإنتاج الثابتة (بالزيادة إذا كان الهدف زيادة الإنتاج، أو بالنقصان إذا كان الهدف هو تخفيض الإنتاج)، حيث أنه وفي الفترة الطويلة تصبح كل تكاليف الإنتاج متغيرة وبالتالي تنعدم التكاليف الثابتة وتصبح كل التكاليف متغيرة.

**1.2. التكلفة الكلية في المدى الطويل:** يمثل منحنى التكاليف في المدى الطويل غلاف لمنحنيات التكاليف في المدى القصير، بحيث تمثل كل نقطة عليه نقطة مثلى، ويمكن توضيحه في البيان التالي:

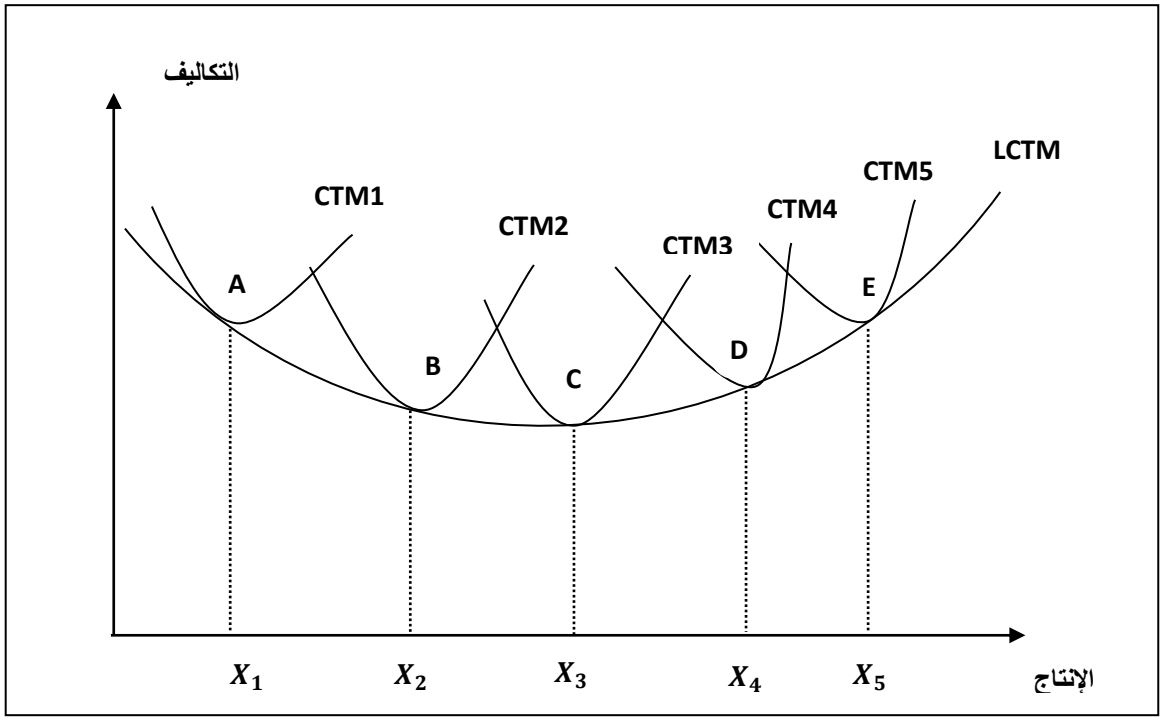



إذا أراد المنتج إنتاج الكمية $X_1$ فإنه يختار المشروع الأول لأنه يحقق له الكمية بأدنى تكلفة $(CT_1)$ ويعمل عند النقطة $A_1$، وإذا أراد إنتاج الكمية $X_2$ فإنه يختار المشروع الثاني لأنه يحقق له الكمية بأدنى تكلفة $(CT_2)$ ويعمل عند النقطة $A_2$، وإذا أراد إنتاج الكمية $X_3$ فإنه يختار المشروع الثالث الذي يحقق له الكمية بأدنى تكلفة ممكنة $(CT_3)$ ويعمل عند النقطة $A_3$، وعليه فإن النقاط $A_1, A_2, A_3$ تقع على منحنيات التكلفة الكلية في المدى القصير وتقع أيضا على منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل.

### 2.2.التكلفة المتوسطة في المدى الطويل LCTM:

يواجه المنتج عدد كبير من أحجام المشروع، بحيث يختار الحجم المناسب حسب مستوى الطلب المتوقع، إن منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل LCTM هو غلاف لمنحنيات التكاليف المتوسطة في المدى القصير CTM (بحيث يمثل كل منحنى منها حجم معين يتناسب مع مستوى إنتاج معين)، وتمثل كل نقطة من LCTM نقطة مثلى (أدنى تكلفة)بالنسبة لمستوى الإنتاج المناسب.

وبذلك يمكن تصور أفق تخطيط الإنتاج عبر البيان التالي:




– إذا توقعت المؤسسة إنتاج مستوى إنتاج قدره $X_1$ أمكنها إقامة المشروع بالحجم الذي يصوره المنحنى $CTM_1$ بحيث تعمل عند النقطة A، وإذا توقعت مستوى إنتاج قدره $X_2$ أمكنها إقامة المشروع بالحجم الذي يصوره المنحنى $CTM_2$ بحيث تعمل عند النقطة B ..... وهكذا.

وبرسم المماس لمختلف النهايات الصغرى لمنحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير نحصل على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل.

**ملاحظات:**

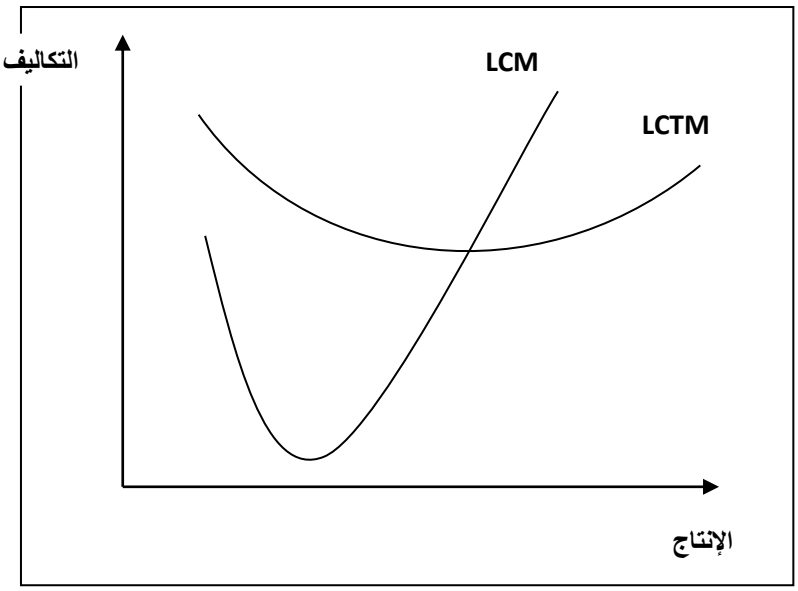
1.كل نقطة على منحنى LCTM تمثل نقطة مماس مع CTM؛

2. إن الشكل الذي تأخذه منحنيات CTM (U) راجع إلى قانون تناقص الغلة الذي لا يمكن تطبيقه إلا في حالة تغير عامل إنتاج وحيد وثبات باقي العوامل (في المدى القصير)، أما في المدى الطويل فليست هناك مدخلات ثابتة ، إذا يتحدد شكل منحنى LCTM باقتصاديات ولا اقتصاديات الحجم

(انخفاض نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكاليف نتيجة لزيادة الإنتاج بكميات كبيرة) وتحدث اقتصاديات الحجم في المدى الطويل نتيجة لعدة عوامل منها: (تخصص اليد العاملة، تكلفة المواد تكون أقل كلما زادت الكمية...) لكن بعد حجم معين من الإنتاج تحدث لا اقتصاديات الحجم فيعود المنحنى ويرتفع من جديد.

### 3.2. التكلفة الحدية في المدى الطويل:

تقيس التكلفة الحدية في المدى الطويل LCm التغير في التكلفة الكلية في المدى الطويل LCT الناتج عن التغير في الإنتاج بوحدة واحدة، ويأخذ منحنى LCm بدوره شكل حرف U فيصل إلى نهايته الصغرى قبل أن يصل منحنى LCTM إلى نهايته الصغرى، كما أن الجزء الصاعد من LCm يقطع منحنى LCTM في أدنى نقطة له، وبالتالي يكون شكله كما يلي:




يكون الإنتاج أمثل عندما تكون LCTM في أدنى نقطة أو عندما تتساوى LCTM مع LCM

### 3.اشتقاق دالة التكلفة في المدى الطويل:

لاشتقاق دالة التكاليف يجب توفر ثلاث أنواع من المعلومات: – دالة الإنتاج $X=\int(L,K)$

- قيد الميزانية بدلالة عناصر الإنتاج $CT=\int(L,K)$

- منحنى المسار التوسعي الذي يربط بين الثنائيات (L,K) التي تعطي أدنى تكلفة $K=\int(L)$

**مثال3:** إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما كالتالي: $X=\frac{1}{3}L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$ وكان قيد الميزانية: CT=3L+5K

- أوجد دالة التكلفة الكلية والمتوسطة والحدية.

**الحل:** 1.إيجاد معادلة المسار التوسعي :

$$L=\frac{1}{3}l^{\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}}-\lambda(3l+5k-CT)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\partial L}{\partial l}=\frac{1}{6}l^{-\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}}-3\lambda=0\\ \frac{\partial L}{\partial l}=\frac{1}{6}l^{\frac{1}{2}}k^{\frac{-1}{2}}-5\lambda=0\end{array}\right\} \quad \frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{k}{l}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow k=\frac{3}{5}l$$

وهي معادلة المسار التوسعي

بالتعويض في دالة الإنتاج:

$$X=\frac{1}{3}l^{\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{5}l\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}l^{\frac{1}{2}}\frac{3}{5}^{\frac{1}{2}}l^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}\,l\sqrt{\frac{3}{5}}\Rightarrow l=\frac{X}{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{5}}}\Rightarrow l=\frac{3X}{\sqrt{\frac{3}{5}}}$$

بالتعويض في k : $k=\frac{3}{5}l=\frac{3}{5}\times\frac{3X}{\sqrt{\frac{3}{5}}}=\frac{9X}{5\sqrt{\frac{3}{5}}}$

بتعويض L و k في قيد الميزانية: $CT=3l+5k=\left(3\times\frac{3X}{\sqrt{\frac{3}{5}}}\right)+\left(5\times\frac{9X}{5\sqrt{\frac{3}{5}}}\right)=\frac{9X}{\sqrt{\frac{3}{5}}}+$

$$\frac{9X}{\sqrt{\frac{3}{5}}}=\frac{18X}{\sqrt{\frac{3}{5}}}$$

التكلفة المتوسطة: $CTM=\frac{C}{X}=\frac{18}{\sqrt{\frac{3}{5}}}$ ، التكلفة الحدية: $Cm=\frac{\partial CT}{Q}=\frac{18}{\sqrt{\frac{3}{5}}}$

**ملاحظة:**

لاستخراج دالة التكلفة في المدى القصير (دالة بمتغير واحد L نستخرج L بدلالة حجم الإنتاج X)

**4. مرونة التكاليف:** هي درجة استجابة التكاليف الكلية للتغير النسبي في حجم الإنتاج، وتساوي:

$$E = \frac{\partial CT}{CT} / \frac{\partial X}{X} = \frac{\partial CT}{\partial X} \times \frac{X}{CT} = \frac{\partial CT}{\partial X} / \frac{CT}{X} = \frac{Cm}{CTM}$$

ومنه فإن مرونة التكلفة هي علاقة تربط بين التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة.

**الحالات العامة لمرونة التكلفة:**

1. إذا كانت $E < 1$ تكون التكلفة الحدية أصغر من التكلفة المتوسطة، ويحدث هذا عندما يكون الإنتاج خاضعا لتزايد الغلة، أي تحقق زيادة نسبية في الإنتاج بتكلفة نسبية أقل.

2. إذا كانت $E = 1$ تكون التكلفة الحدية مساوية للتكلفة المتوسطة، ويحدث ذلك عندما يخضع الإنتاج لثبات الغلة، أي تحقق زيادة نسبية في الإنتاج بنفس الزيادة النسبية في التكاليف.

3. إذا كانت $E > 1$ تكون التكلفة الحدية أكبر من التكلفة المتوسطة، ويحدث هذا عندما يكون الإنتاج خاضعا لتناقص الغلة، أي تحقق زيادة نسبية في الإنتاج بتكلفة نسبية أكبر.

**مثال4:** إذا كانت دالة التكلفة الكلية كما يلي: $CT = 66 + 10X - \frac{1}{30}X^2 + 5X^3$

- احسب مرونة التكلفة عندما X=45

**الحل:** $Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 10 - \frac{1}{15}X + 15X^2 \quad \Rightarrow Cm_{45} = 10 - \frac{1}{15}(45) + 15(45)^2 = 30382$

$CTM = \frac{CT}{X} = \frac{66}{X} + 10 - \frac{1}{30}X + 5X^2 \Rightarrow CTM_{45} = \frac{66}{45} + 10 - \frac{1}{30}(45) + 5(45)^2 = 10134.96$

$$\Rightarrow E = \frac{Cm}{CTM} = \frac{30382}{10134.96} = 3$$

**5. تعظيم الربح:**

الربح عبارة عن الفرق بين الإيرادات والتكاليف أي: $\pi = XP_X - CT$ حيث:

RT=X$P_X$ : الإيرادات الكلية، $CT = \int(X)$: التكاليف الكلية

$\frac{\partial}{\partial X} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f(XP_X)}{\partial X} - \frac{\partial f(X)}{\partial} = 0 \Rightarrow P_X = Cm$ ⇔ الربح أعظمي

إذا شرط التوازن الأول تساوي التكلفة الحدية مع سعر المنتوج، أما الشرط الثاني فهو أن تكون المشتقة الثانية سالبة أي: $\frac{\partial^2 \pi}{\partial^2 X} < 0 \Rightarrow \frac{-\partial^2 f(X)}{\partial^2 X} < 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(X)}{\partial^2 X} > 0 \Rightarrow \frac{\partial Cm}{\partial X} > 0$

وهذا يعني أن التكلفة الحدية المقابلة لحجم الإنتاج الذي يعظم الربح يجب أن تكون متزايدة.

**مثال:** إذا كانت دالة التكلفة الكلية لمؤسسة ما كالتالي: $CT = 150X - 3X^2 + \frac{1}{40}X^3$ وإذا كان سعر المنتوج هو 150، أوجد الربح الأعظم.

الحل: دالة الربح: $\pi = (XP_X) - CT = 150X - 150X + 3X^2 - \frac{1}{40}X^3 = 3Q^2 - \frac{1}{40}X^3$

الشرط الأول: $Cm=P_X$ , $Cm= 150-6x+\frac{3}{40}X^2$

$Cm = px \Leftrightarrow 150 - 6X+\frac{3}{40}X^2 = 150 \Rightarrow X\left(-6+\frac{3}{40}X\right)=0 \Rightarrow X = 0$ أو $X = 80$

الشرط الثاني: $\frac{\partial Cm}{\partial X} > 0 \Rightarrow -6 + \frac{3}{20}X > 0 \Rightarrow \frac{3}{20}X > 0 \Rightarrow X > 40$

ومنه: $X=80> 40$ محققة

بالتعويض في دالة الربح: $\pi = 3(80)^2 - \frac{1}{40}(80)^3 = 6400$

## أسئلة خاصة بالفصل الثاني:

1. لماذا تختلف التكاليف في المدى الطويل عنها في المدى القصير؟

2. من أجل اشتقاق دالة التكلفة يجب توفر ثلاث أنواع من المعلومات، ما هي؟

3. إن مرونة التكاليف هي علاقة تربط بين التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة، اذكر الحالات العامة لمرونة التكلفة.

**الأجوبة:**

1. تختلف التكاليف في المدى الطويل عنها في المدى الطويل؛ لأنه في المدى القصير هناك تكاليف ثابتة وأخرى متغيرة حيث توجد عوامل إنتاج ثابتة وأخرى متغيرة، أما في المدى القصير فتصبح كل عوامل الإنتاج متغيرة وبالتالي تصبح كل التكاليف متغيرة.

2. من أجل اشتقاق دالة التكلفة يجب توفر ثلاث معلومات:

- دالة الإنتاج من الشكل: $X = f(L, K)$؛
- قيد الميزانية؛
- معادلة المسار التوسعي من الشكل: $K = f(L)$.

3. الحالات العامة لمرونة التكلفة $(E)$:

- إذا كانت $E < 1$ تكون التكلفة الحدية أصغر من التكلفة المتوسطة، أي تحقق زيادة نسبية في الإنتاج بتكلفة نسبية أقل.
- إذا كانت $E = 1$ تكون التكلفة الحدية مساوية للتكلفة المتوسطة، أي تحقق زيادة نسبية في الإنتاج بنفس الزيادة النسبية في التكاليف.
- إذا كانت $E > 1$ تكون التكلفة الحدية أكبر من التكلفة المتوسطة، أي تحقق زيادة نسبية في الإنتاج بتكلفة نسبية أكبر.

## تمارين محلولة

**تمرين 1:**

تنتج مؤسسة السلعة X، وتبين أن دالة تكلفتها المتوسطة كالتالي: $CTM=130-3X+\frac{1}{40}X^2+\frac{10}{X}$

1.عبر عن دوال التكلفة التالية: الكلية CT، الثابتة الكليةCFT، المتغيرة الكليةCVT ، الثابتة المتوسطة CFM، المتغيرة المتوسطة CVM، الحديةCM.

2.احسب مرونة التكلفة عندما $X=2$ .

**تمرين 2:**

تنتج مؤسسة السلعة X، وتبين أنها أنفقت 100دج كأقساط اهتلاك المبنى والآلات والتأمين، وأنها تتحمل 10دج لكل وحدة منتجة من تكلفة شراء المواد الأولية، أما تكلفة الأجور فيمكن صياغتها وفق المعادلة: $X^3-3X^2$

عبر عن دوال التكلفة التالية: الثابتة الكليةCFT، المتغيرة الكليةCVT ، الكلية CT، المتوسطة الكلية CTM، الحديةCM

**تمرين 3:**

إذا كانت لديك دالة التكلفة الكلية في المدى القصير كما يلي:

$$CT = 2X^3 - \frac{1}{4}X^2 + (10-2k)X + K^2$$

1. أوجد دالة التكلفة الكلية في المدى القصير، ثم استنتج دالة التكلفة المتوسطة والحدية (إذا كان **K=20**)

2. أوجد دالة التكلفة الكلية في المدى الطويل.

**تمرين 4:**

إذا كانت دالة التكلفة المتوسطة لمؤسسة ما على الشكل التالي: $CTM=30-2X+1/10X^2$

1. أوجد دالة التكلفة الكلية CT والمتغيرة الكلية CVT والحدية Cm والمتغيرة المتوسطة CVM والثابتة المتوسطة CFM
2. أوجد نقطة تقاطع Cm و CTM.

**الحلول:**

**حل التمرين 1:**

**1.تحديد أصناف التكاليف:**

$$CT = CTM.X = 130X - 3X^2 + \frac{1}{40}X^3 + 10$$

$$CFT = 10$$

$$CVT = CT - CFT = 130X - 3X^2 + \frac{1}{40}X^3$$

$$CFM = \frac{CFT}{X} = \frac{10}{X}$$

$$CVM = \frac{CVT}{X} = 130 - 3X + \frac{1}{40}X^2$$

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 130 - 6X + \frac{3}{40}X^2$$

2.مرونة التكلفة:

$$E = \frac{Cm}{CTM}$$

$$Cm_2 = 130 - 6(2) + \frac{3}{40}(2)^2 = 118.3$$

$$CTM_2 = 130 - 3(2) + \frac{1}{40}(2)^2 + \frac{10}{2} = 129.1$$

$$\Rightarrow E = \frac{118.3}{129.1}$$

**حل التمرين 2:**

- أقساط اهتلاك المباني والآلات والتأمين تمثل التكلفة الثابتة، ومنه:

$$CFT = 100$$

- تكلفة شراء المواد الأولية تساوي 10 دينار لكل وحدة أي (10X)، وتكلفة الأجور يعبر عنها بـ: $X^3 - 3X^2$

ومنه فإن التكلفة المتغيرة هي مجموع تكلفة المواد الأولية وتكلفة الأجور، وبالتالي يعبر عنها بـ:

$$CVT = X^3 - 3X^2 + 10X$$

$$CT = CVT + CFT = X^3 - 3X^2 + 10X + 100$$

$$CTM = \frac{CT}{X} = X^2 - 3X + 10 + \frac{100}{X}$$

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 3X^2 - 6X + 10$$

**حل التمرين 3:**

$$CT = 2X^3 - \frac{1}{4}X^2 + (10 - 2K)X + K^2$$

**1.دالة التكلفة الكلية:** إذا كانت K=10:

$$CT = 2X^3 - \frac{1}{4}X^2 - 10X + 100$$

$$\text{CTM} = \frac{CT}{X} = (2X^3 - 1/4\ X^2 - 10X + 100)/X \Rightarrow CTM = 6X^2 - \frac{1}{2}X - 10 + \frac{100}{X}$$

**2.دالة التكلفة الكلية والمتوسطة في المدى الطويل:**

نعلم أن دالة التكلفة المتوسطة في المدى الطويل هي غلاف لدوال التكلفة المتوسطة في المدى القصير، وكذلك الحال بالنسبة لدالة التكلفة الكلية، حيث يختار المنتج الحجم الذي يعطي أدنى تكلفة، وتصل التكلفة إلى أدنى ما يمكن عندما تنعدم المشتقة بالنسبة لـ K أي:

$$\frac{\partial CT}{\partial \mathrm{K}} = 0 \Leftrightarrow -2X + 2\mathrm{K} = 0 \Rightarrow \mathrm{K} = \frac{2\mathrm{X}}{2} = \mathrm{X}$$

نعوض K في دالة التكلفة الكلية فنحصل على دالة التكلفة في المدى الطويل:

$$\mathrm{LCT} = CT = 2X^3 - \frac{1}{4}X^2 + (10 - 2X)X + X^2$$

$$\mathrm{LCT} = 2X^3 - \frac{1}{4}X^2 + 10X - 2X^2 + X^2 = 2X^3 - \frac{5}{4}X^2 + 10X$$

$$\mathrm{LCTM} = \frac{LCT}{X} = 2X^2 - \frac{5}{4}X + 10$$

**حل التمرين 4:**

**حساب الدوال:**

$$\mathbf{CTM} = \mathbf{30} - \mathbf{2X} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}\boldsymbol{X^2}$$

*** التكلفة الكلية:** **لدينا:** $\mathbf{CTM} = \frac{\boldsymbol{CT}}{\boldsymbol{X}}$

$$\Rightarrow \mathrm{CT} = \mathrm{CTM} \times X \Rightarrow CT = 30X - 2X^2 + \frac{1}{10}X^3$$

*** التكلفة المتغيرة الكلية:** $\mathbf{CFT} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathrm{CVT} = \mathrm{CT}$

$$\Rightarrow CVT = 30X - 2X^2 + \frac{1}{10}X^3$$

*** التكلفة الحدية:** $\mathbf{CM} = \frac{\boldsymbol{\partial CT}}{\boldsymbol{\partial X}} \Rightarrow CM = 30 - 4X + \frac{3}{10}X^2$ **=CVM**

*** التكلفة المتغيرة المتوسطة:** $\frac{\boldsymbol{CVT}}{\boldsymbol{X}} = \frac{CT}{X} = CTM$

$$\mathrm{CVM} = \mathrm{CTM} = 30 - 2\mathrm{X} + \frac{1}{10}\mathrm{X}^2$$

*** التكلفة الثابتة المتوسطة** $\Rightarrow$ **CFM=0** CFT= 0

**2.نقطة تقاطع CM مع CTM:** في نقطة التقاطع تكونCM=CTM

$$CTM = 30 - 2X + \frac{1}{10}X^2 \quad , CM = 30 - 4X + \frac{1}{10}X^2$$

$$(CM = CTM) \Rightarrow \left(30 - 4X + \frac{3}{10}X^2 = 30 - 2X + \frac{1}{10}X^2\right)$$

بجعلها معادلة صفرية نجد:

$$\frac{2}{10}X^2 - 2X = 0 \qquad \Rightarrow \left(\frac{1}{5}X - 2\right)X = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = 0 \\ V \\ \frac{1}{5}X - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}X - 2 = 0 \qquad \Rightarrow X = 10$$

# الفصل الثالث:

## توازن المؤسسة ونظرية السعر ضمن نظم وآلية السوق

## الفصل الثالث: توازن المؤسسة ونظرية السعر ضمن نظم وآلية السوق

### أولا: أساسيات حول السوق والتوازن

### 1.السوق وتوازن وأنواع السوق:

**1.1. تعريف السوق:** السوق هو المكان الذي يلتقي فيه البائعون والمشترون، أو يكونوا على اتصال مع بعضهم البعض لإتمام صفقة معينة (بيع وشراء سلعة معينة عند سعر معين) [1]

**2.1. توازن السوق:** هو التساوي بين قوى العرض والطلب، ويتحقق التوازن في سوق السلع والخدمات عند تساوي الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة من نفس السلعة أو الخدمة، ويحدد توازن السوق بيانيا عند نقطة التقاء منحنى العرض مع منحنى الطلب، وبإجراء الإسقاط العمودي على المحورين يتم تحديد كمية وسعر التوازن.

أما إذا لم تتساوى قوى العرض مع قوى الطلب يكون السوق في حالة عدم توازن، ويحدث ذلك في حالتين:

- عندما يكون الطلب أكبر من العرض؛ فإن ذلك سيؤدي إلى رفع السعر.
- عندما يكون العرض أكبر من الطلب؛ فإن ذلك سيؤدي إلى تخفيض السعر.

وبالتالي فإن قوى السوق ستؤدي تلقائيا إلى توازن السوق.

**مثال:**

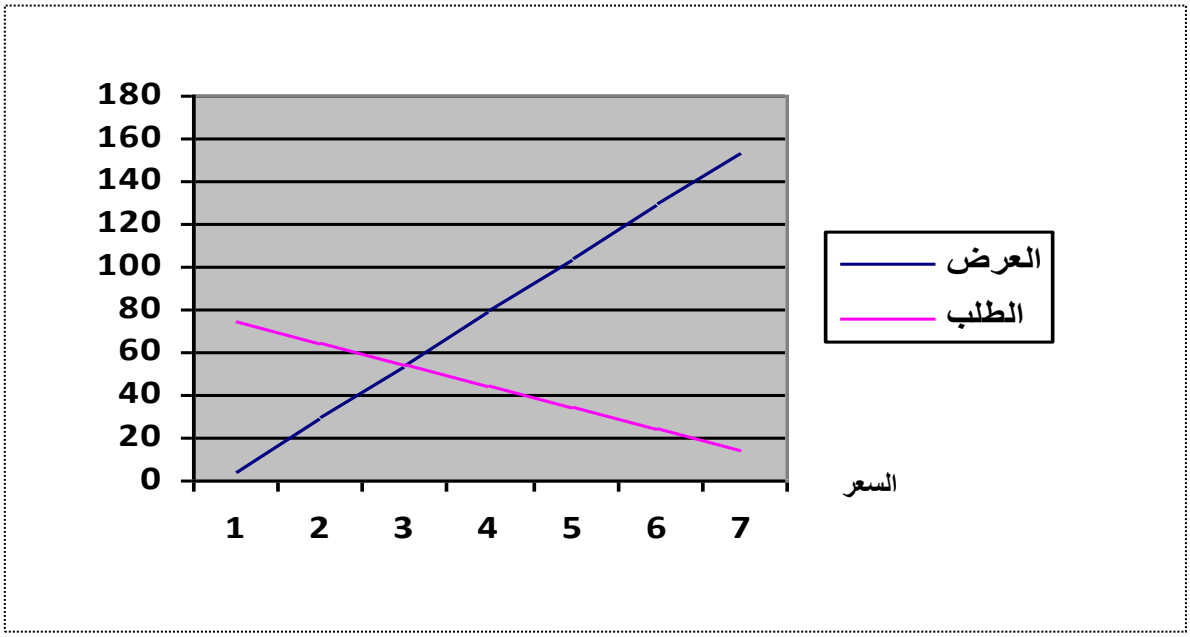
يوضح الجدول التالي الكميات المعروضة والكميات المطلوبة المقابلة من السلعة x والتي تتغير بتغير سعر السلعة.

[1] Pierre Picard, élléments de microéconomie, théorie et applications, 6éme édition, Montchrestien, Paris 2002, p259.

| السعر | الكمية المعروضة | الكمية المطلوبة |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 75 |
| 2 | 30 | 65 |
| 3 | 55 | 55 |
| 4 | 80 | 45 |
| 5 | 105 | 35 |
| 6 | 130 | 25 |
| 7 | 155 | 15 |

يلاحظ أنه مثلا وعند السعر 1 فإن الكمية المعروضة تساوي 5، والكمية المطلوبة تساوي 75، أي أن هناك فائض في الطلب قدره 70 وحدة، أما عند السعر 6 مثلا؛ فإن الكمية المعروضة تساوي 130، أما الكمية المطلوبة فتساوي 25 وحدة؛ أي أنه هناك فائض في العرض قدره 105 وحدة، أما عند السعر 3 فإن الكمية المعروضة تساوي الكمية المطلوبة وتساوي 55 وحدة، وبالتالي فهي نقط التوازن.

ويمكن تمثيل بيانات الجدول السابقة في البيان التالي:




**توازن السوق رياضيا:**

يمكن تحديد توازن السوق رياضيا من خلال تساوي الدوال الخطية لكل من العرض والطلب.

**مثال:**

إذا كانت لديك الدالتين التاليتين:

$$X_1 = 30 - 3P_X; \quad X_2 = 14 + 5P_X$$

- أيهما تمثل دالة العرض وأيهما دالة الطلب؟

- أوجد سعر وكمية توازن السوق.

**الحل:**

الدالة الأولى ($X_1$) هي دالة الطلب لأن ميلها سالب، والدالة الثانية($X_2$) هي دالة العرض لأن ميلها موجب.

سعر وكمية التوازن: يحدث توازن السوق عند تساوي العرض الاجمالي مع الطلب الإجمالي، أي:

$$X_1 = X_2 \Leftrightarrow 30 - 3P_X = 14 + 5P_X \Leftrightarrow 16 = 8P_X \Rightarrow P_X = 2$$

بالتعويض في إحدى الدالتين:

$$X = 30 - 3(2) = 24$$

ومنه سعر التوازن هو 2 وكمية التوازن هي 24.

**أنواع التوازنات:**

يمكن التمييز بين ثلاث أنواع لتوازن السوق هي: التوازن المستقر، والتوازن الغير مستقر، والتوازن المحايد.[2]

**أ.التوازن المستقر:** يكون التوازن مستقر إذا كان وعند حدوث خلل في سوق السلعة؛ فإنه توجد قوى اقتصادية تعيد السوق إلى حالة التوازن الأصلية.

**ب. التوازن الغير مستقر:** يحدث التوازن غير المستقر في حالة أخذ منحنيات العرض والطلب حالات غير طبيعية (استثنائية)، حيث أنه وعند حدوث خلل في السوق فإن القوى الاقتصادية ستبعدنا أكثر عن حالة التوازن، وبالتالي لا يمكن الرجوع إلى وضع التوازن الأصلي.

ج.**التوازن المحايد:** يحدث التوازن المحايد في حالات نادرة، ويحدث عند تطابق كل من منحنى العرض والطلب، حيث وعند حدوث خلل في سوق السلعة؛ فإن ذلك لن ينشط أي قوى سوقية من شأنها أن تؤدي إلى تغير حالة التوازن.

**3.1. أنواع الأسواق:**

إن ظروف السوق تتحكم في النشاط الإنتاجي للمؤسسة سواء من ناحية النفقات؛ حيث تتدخل في تحديد الأسعار التي يدفعها مقابل عوامل الإنتاج، أو من ناحية الإيرادات؛ حيث تتدخل في تحديد الأسعار التي يستطيع أن يبيع بها منتجاته، إذا هناك سوق للمنتجات وسوق لعوامل الإنتاج.

إن ظروف السوق تتراوح بين المنافسة الكاملة (التامة) والاحتكار التام (المطلق)، وفيما بينهما نجد درجات أخرى نميزمنها احتكار القلة والمنافسة الاحتكارية.

[2]سهيلة بوجرادة، مطبوعة في الاقتصاد الجزئي 1، جامعة الجزائر 3، 2017/2016، ص53.

**ثانيا: سوق المنافسة التامة: Marché de concurrence parfaite**

يقوم هذا النوع من الأسواق على تعدد البائعين والمشترين بحيث لا يمكن أن يؤثر أي واحد في السعر، وتفترض المنافسة الكاملة شروطا معينة تتمثل في:

- **تعدد البائعين والمشترين:** وبالتالي صغر نصيب كل بائع أو مؤسسة من السوق؛

- **تجانس السلعة التي يجري التعامل بها في السوق:** حيث يجب أن تكون السلعة التي يجري التعامل بها في السوق متطابقة من حيث المواصفات والجودة، بحيث لا يكون هناك فرق في استهلاك منتج مؤسسة دون الأخرى، أي أن المستهلك لا يجد سببا في تفضيل سلعة على أخرى.

- **حرية الدخول والخروج من السوق:** حيث أن اضطرار أحد المنتجين من بين العدد الكبير المتواجد في السوق إلى مغادرة السوق لايؤثر بأي نسبة أو بأي شكل من الأشكال على وضعية المنتجين المنافسين له؛ سواء كان ذلك من ناحية الإنتاج أو أسعار البيع، كما يحدث الوضع نفسه إذا أراد أحد المستثمرين دخول ميدان الإنتاج المذكور كمنافس للمنتجين القدامى؛ حيث لا يمكنه التأثير مطلقا على وضعية الإنتاج والأسعار السائدة. [3]

- **العلم الكامل بظروف السوق:** أي يكون بمقدور كل من المشترين والبائعين أن يتعرفوا على الأسعار التي تعرض بها السلعة للبيع أو تطلب للشراء؛

- ألا يؤدي انتقال السلعة من مكان لآخر داخل السوق إلى تحمل البائع أو المشتري تكاليف إضافية تضاف إلى السعر. وتجدر الإشارة أن سوق المنافسة التامة هي حالة نظرية قد لا يمكن تحقيق شروطها في الحياة الواقعية، غير أنه لبساطتها، فغنها تسمح بالتعرف على العديد من العلاقات الأساسية، وبالتالي تسهل فهم وتحليل الحالات الأكثر تعقيدا. [4]

---

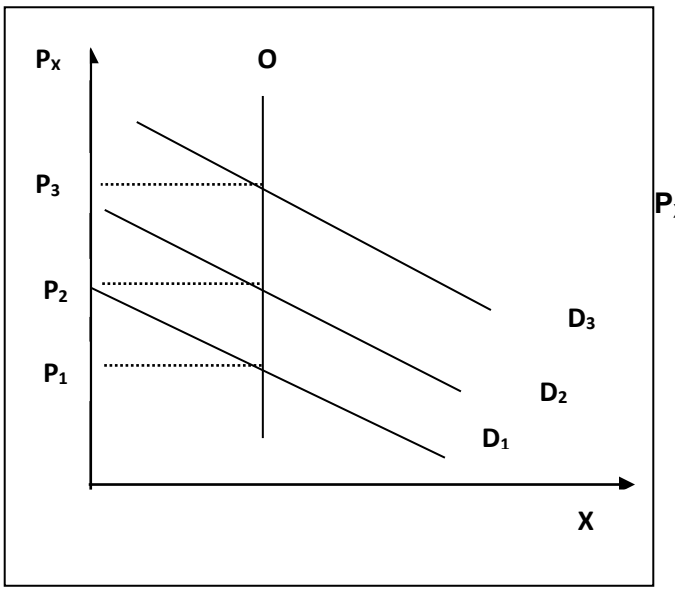
نواف الرومي، برنامج الاقتصاد الجزئي 2، دليل الدراسة لطلبة السنة الأولى،كلية الحقوق والعلوم السياسية، الجامعة الافتراضية بتونس، [3]بدون سنة، ص83.

[4] محمد فرحي، **التحليل الاقتصادي الجزئي**، دار أسامة للطباعة والنشر والتوزيع، بدون سنة ولا مكان نشر. ص 333.

## 1. التوازن في ظل المنافسة الكاملة:

تكون المؤسسة في حالة توازن في ظل المنافسة التامة عند إنتاج الكمية التي تحقق لها أكبر ربح ممكن، أوأقل خسارة ممكنة وذلك في ضوء سعر السلعة المحدد في السوق، والتكاليف التي تتحملها المؤسسة من أجل إنتاج السلعة.

**1.1. توازن المؤسسة في الفترة القصيرة جدا: (فترة التسويق):** في الفترة القصيرة جدا تكون الكمية المعروضة محددة وثابتة، وبذلك تكون دالة عرض المؤسسة أو العرض السوقي ممثلة في خط عمودي مستقيم، حيث أن دالة العرض تعبر عن العلاقة بين الكمية المعروضة من سلعة ما وسعرها.




**0: منحنى العرض**

**$D_i$: منحنيات الطلب والتي تتغير بتغير السعر $P_X$**

**وبالتالي يحدث التوازن في إحدى نقاط التقاطع بين منحنى العرض ومنحنيات الطلب.**

**<u>مثال1:</u>**

إذا كانت دالة طلب السوق على السلعة X هي: $P_X=-2X+80$ والعرض في فترة التسويق يساوي 20.

- فما هو سعر وكمية التوازن؟

**<u>الحل:</u>** $P_X=-2X+80 \Rightarrow X=40-\frac{1}{2}P_X$

عند التوازن: الكمية المعروضة = الكمية المطلوبة؛ أي: $40-\frac{1}{2}P_X=20 \Rightarrow \frac{1}{2P_X}=20 \Rightarrow 40$

ومنه سعر التوازن هو 40 وكمية التوازن هي 20.

### 2.1. توازن المؤسسة في المدى القصير:

في المدى القصير يتغير الإنتاج بتغير استعمال عناصر الإنتاج المتغيرة، ولهذا يكون لدى المؤسسة مجال للبحث عن أقصى ربح ممكن.

#### 1.2.1. شروط التوازن في المدى القصير:

يتم تحليل توازن المؤسسة في المدى القصير عن طريق مدخل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية، حيث يمثل الإيراد الحدي التغير في الإيراد الكلي الناتج عن التغير في الكمية المباعة بوحدة واحدة، ويرمز له بـ RM حيث: $RM = \frac{\Delta RT}{\Delta X}$

ونظرا لثبات السعر في ظل المنافسة التامة فإن الإيراد الحدي يساوي السعر، وبالتالي فإن المؤسسة التي تعمل تحت ظروف المنافسة التامة تعظم إجمالي ربحها في المدى القصير عند مستوى الإنتاج الذي يتساوى عنده الإيراد الحدي أو السعر مع التكلفة الحدية أي: RM=$P_X = Cm$ و $\frac{\partial Cm}{\partial X} > 0$

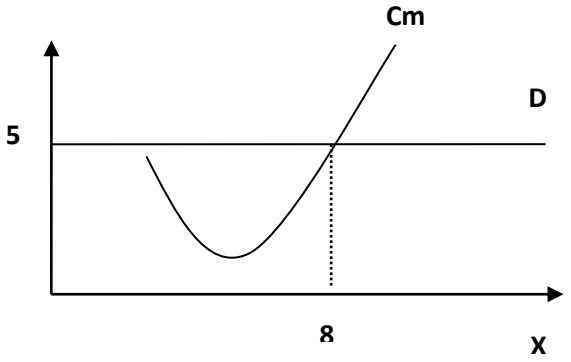
**مثال2:** إذا كانت مؤسسة ما تعمل في ظل المنافسة التامة، وكانت لديك المعطيات التالية، حدد وضع التوازن لهذه المؤسسة.

| X | $P_X$ | CT | Cm | RT | RM | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 17 | - | 5 | - | -12 |
| 2 | 5 | 18.5 | 1.5 | 10 | 5 | -8.5 |
| 3 | 5 | 19.5 | 1 | 15 | 5 | -4.5 |
| 4 | 5 | 20.75 | 1.25 | 20 | 5 | -0.75 |
| 5 | 5 | 22.75 | 1.5 | 25 | 5 | 2.75 |
| 6 | 5 | 24.75 | 2 | 30 | 5 | 5.25 |
| 7 | 5 | 27.5 | 3.25 | 35 | 5 | 7.5 |
| 8 | 5 | 32.5 | 5 | 40 | 5 | 7.5 |
| 9 | 5 | 40.5 | 8 | 45 | 5 | 4.5 |
| 10 | 5 | 52.5 | 12 | 50 | 5 | -2.5 |

**ملاحظات:**

-نلاحظ أن إنتاج 8 وحدات يؤدي إلى تحقيق أعظم ربح.

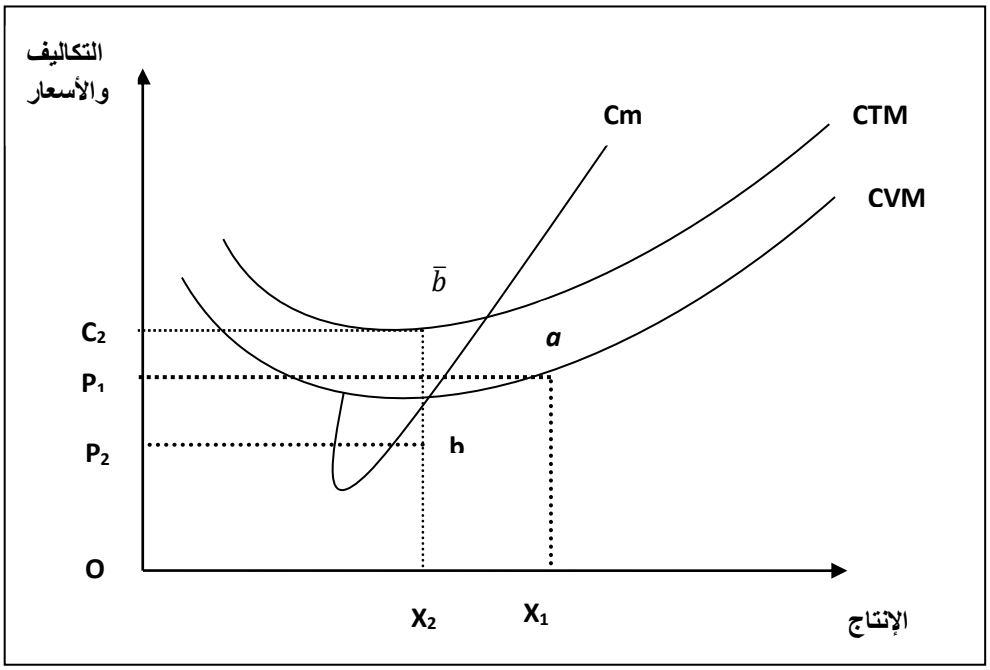
- يكون الربح أعظمي عند تساوي السعر والتكلفة الحدية كما هو موضح في الشكل التالي:




الخط الأفقي D يمثل منحنى الطلب الموجه للمؤسسة الفردية، حيث يكون السعر معطى وتعتقد المؤسسة أنها قد تستطيع بيع أي كمية بهذا السعر.

### 2.2.1. حد المردودية وحد الإغلاق:

إن الاستراتيجية الأساسية التي تقوم عليها المؤسسة في إنتاج وعرض منتوجاتها هي المقارنة بين الإيراد الكلي والتكاليف الكلية المتغيرة، حيث تواصل المؤسسة في الإنتاج كلما كان الإيراد الكلي أكبر من التكلفة الكلية المتغيرة المتوسطة CVM ويمكن توضيح ذلك من خلال البيان:



**ملاحظات:**

1.إذا كان سعر السوق هو $p_1$ تنتج المؤسسة الكمية $X_1$ وتحصل على إيراد كلي قدره مساحة المستطيل $OP_1Ax_1$ $(RT=XP_1)$ وتنفق مقابل ذلك تكلفة كلية قدرها مساحة المستطيل $OP_1Ax_1$، وبالتالي تحصل على ربح يساوي الصفر $(\pi = RT - CT = 0)$.

2. إذا كان سعر السوق يساوي $P_2$ تنتج المؤسسة الكمية $X_2$ فتحصل على إيراد كلي ممثل بمساحة المستطيل $OP_2bx_2$ وتواجه تكلفة كلية قدرها $OC_2\bar{b}X_2$ وبالتالي يكون الربح: $-OP_2bx_2$

$$\pi = OC_2\bar{b}X_2 = -P_2C_2\bar{b}b$$

وبالتالي تحقق خسارة بقيمة التكاليف الثابتة وهذا يعني أن مواصلة الإنتاج أو التوقف يؤدي إلى نفس النتيجة، لكن يفضل أن تستمر على الأقل لتحافظ على زبائنها.

3. إذا كان السعر أكبر من $P_1$ فإن المؤسسة حتما ستحقق ربح، بينما إذا كان السعر أقل من $P_2$ فإنها تواجه خسارة تفوق قيمة التكاليف الثابتة وبالتالي يفضل أن تغلق المؤسسة هنا أبوابها.

4. تدعى النقطة a بحد المردودية والنقطة b بحد الإغلاق.

**خلاصة:** إذا كان سعر السوق أكبر من النقطة الدنيا b لمنحنى CVM فإن المؤسسة تواصل الإنتاج، بينما إذا كان السعر أقل من هذه النقطة a فإن المؤسسة تتوقف عن الإنتاج.

**مثال3:** إذا كانت دالة التكلفة الكلية لمؤسسة تنتج في سوق المنافسة التامة على الشكل:

$$CT=20 + 30X - 6X^2 + \frac{1}{3}X^3$$

- إذا كان سعر السوق: $P_X=8$ ما هو مستوى الإنتاج الأمثل؟
- أوجد الربح الأعظم.
- أوجد سعر وكمية الإغلاق، وماذا يحدث إذا انخفض سعر السوق إلى 2.5؟

**الحل:** بتطبيق شرطي التوازن في حالة المنافسة التامة:

$$Cm = PX$$
$$\frac{\partial Cm}{\partial x} > 0$$

$Cm=\frac{\partial CT}{\partial X}=30-12X+X^2$

$Cm=P_X \Rightarrow 30-12X+X^2=8 \Rightarrow X^2-12X+22=0$

$\Delta=(12)^2-4(22)=56 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=7.48 \Rightarrow X_1=2.26, \quad X_2=9.74$

**الشرط الثاني:** $\frac{\partial Cm}{\partial X}>0 \Rightarrow -12+2X>0 \Rightarrow X>6$

**ولدينا:** $X_2=9.74>6$ **ومنه مستوى الإنتاج الأمثل هو**: $X=9.74$

**أعظـــم ربـــح:** $\pi=RT-CT=P_X X-\left(20+30X-6X^2+\frac{1}{3}X^3\right)=8\times 9.74-$

$20-30(9.74)+6(9.74)^2-\frac{1}{3}(9.74)^3=26.92$

**حد الإغلاق:** يكون حد الإغلاق عند أدنى نقطة لـ CVM: $CVM=\frac{CVT}{X}=30-6X+\frac{1}{3}X^2$

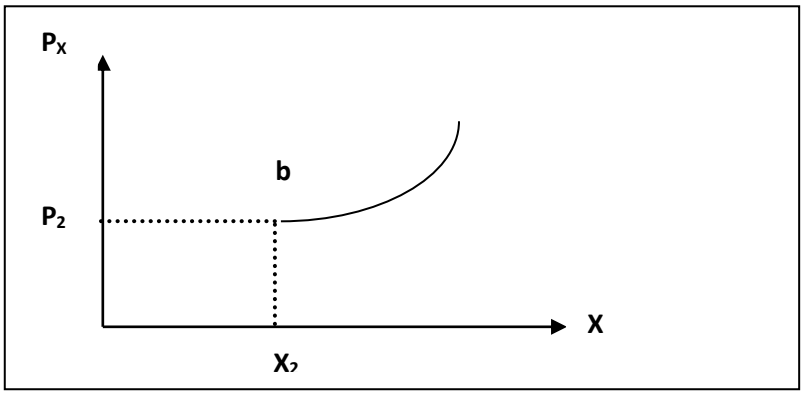
$MinCVM \Rightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X}=0 \Rightarrow -6+\frac{2}{3}X=0 \Rightarrow X=9$ **وهى كمية الإغلاق**

$CVM_9=30-6(9)+\frac{1}{3}(9)^2=3=P_X$ **وهو سعر الإغلاق**

إن السعر الأدنى الذي تقبله المؤسسة للاستمرار في الإنتاج هو 3، ومنه فإن انخفاض السعر إلى 2.95 سيؤدي إلى غلق المؤسسة لأبوابها.

### 3.2.1. دالة العرض في المدى القصير:

بناء على ما سبق فإن منحنى عرض المؤسسة يكون عبارة عن منحنى التكلفة الحدية (Cm) المتزايد والذي يبدأ من أدنى نقطة لـ (CVM) بالإضافة إلى المنحنى الرأسي الذي ينطبق على محور العينات (X=0) من أجل كل قيم السعر التي تكون أدنى من النقطة الدنيا لـ CVM، وذلك موضح في الشكل التالي:




أ- **تعريف منحنى العرض في المدى القصير:**

يعرف منحنى العرض ي المدى القصير لمؤسسة تعمل في ظل المنافسة التامة بمنحنى التكلفة الحدية لكل مستويات الإنتاج التي تتميز بتكلفة حدية أكبر أو تساوي أدنى نقطة للتكلفة المتغيرة المتوسطة CVM، ويعبر عنها رياضيا بـ:

$$X=f(P)=\begin{cases} P=Cm : P \geq Min\ CVM \\ 0 \quad : P < Min\ CVM \end{cases}$$

ب- **دالة عرض السوق:** عرض السوق هو مجموع عروض المؤسسات الفردية ويعبر عنه بـ:

$$O=\sum_{i=1}^{n} f_i\,(P) = O(P)$$

**مثال4:** إذا كانت دالة التكلفة الكلية لمؤسسة تنتج في سوق المنافسة التامة على الشكل التالي:

$$CT = f(X) = 200 + 100X - 4X^2 + \frac{1}{4}X^3$$

- حدد دالة عرض المؤسسة؛
- ما هو مستوى العرض إذا كان: $P_X=100$, $P_X=80$
- أوجد دالة عرض السوق إذا كانت 100 مؤسسة متماثلة (لها نفس دالة التكلفة) تعمل في هذه السوق.

**الحل:**

$$CT = f(X) = 200 + 100X - 4X^2 + \frac{1}{4}X^3$$

$$1\ /\text{Cm= } P_X \Leftrightarrow 100-8X+\frac{3}{4}X^2 = P_X \Rightarrow \frac{3}{4}X^2 - 8X + (100 - P_X) = 0$$

$$\Delta = (8)^2 - 4\left(\frac{3}{4}\right)(100 - P_X) = 3P_X - 236$$

$$X_1 = \frac{(8 - \sqrt{3P_X - 236}) \times 2}{3}, \quad X_2 = \frac{(8 + \sqrt{3P_X - 236}) \times 2}{3}$$

نأخذ $X_2$ لأن ميل دالة العرض موجب.

**حد الإغلاق (Min CVM):** $\text{CVM= } \frac{CVT}{X} = \frac{100X-4X^2+\frac{1}{4}X^3}{X} = 100 - 4X + \frac{1}{4}X^2$

$$MinCVM = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X} = 0 \Leftrightarrow -4 + \frac{1}{2}X = 0 \Leftrightarrow X = 8 \Rightarrow CVM_8 = 100 - 4(8) + \frac{1}{4}(8)^2 = 84$$

ومنه نكتب دالة العرض:

$$\text{X= } \begin{cases} \frac{(8+\sqrt{3P_X-236})\times 2}{3}, & P_X \geq 84 \\ 0 & , P_X < 84 \end{cases}$$

2.مستوى العرض عند $P_X$=80 يكون مساويا للصفر لأنه أقل من 84.

مستوى العرض عند $P_X$=100: نعوض في دالة العرض: $X = \frac{(8+\sqrt{3(100)-236(2)}}{3} = \frac{32}{3}$

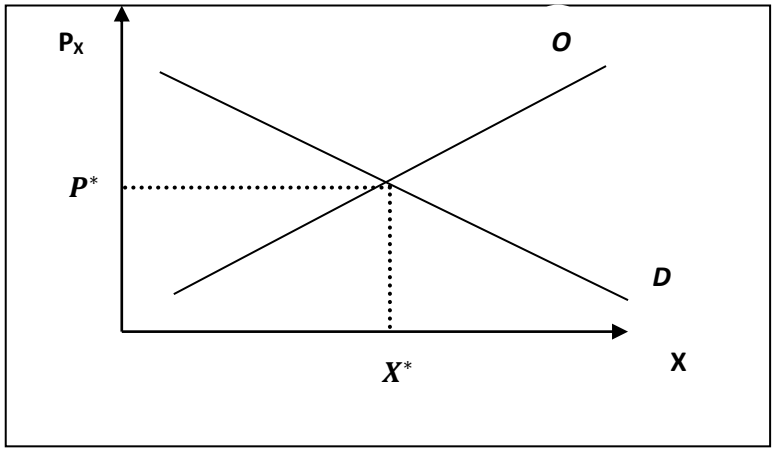
3.دالة عرض السوق (n=100):

$$\text{X= } \begin{cases} \frac{(8+\sqrt{3P_X-236})\times 2}{3} \times 100, & P_X \geq 84 \\ 0 & , P_X < 84 \end{cases} \Rightarrow \text{X= } \begin{cases} \frac{(1600+200\sqrt{3P_X-236})}{3}, & P_X \geq 84 \\ 0 & , P_X < 84 \end{cases}$$

### 3.1. توازن السوق في المدى القصير:

يتحدد توازن السوق في المدى القصير بتقاطع دوال العرض والطلب الكلية (السوقية)، أي: D(P) = 0(P)

ويعبر عن ذلك بيانيا كما يلي:




O: منحنى العرض

D: منحنى الطلب

**مثال5:**

إذا كانت دالتي الطلب والعرض للسلعة X كما يلي: $X = 2P_X$ $X = 35 - 3P_X,$

- حدد سعر وكمية التوازن السوقي؛
- بين كيف يحدث التوازن تلقائيا إذا حدد السعر بـ 5، ثم 8.

**الحل:** عند التوازن العرض الكلي = الطلب الكلي أي: $\Rightarrow 5P_X = 35 \Rightarrow 35 - 3P_X = 2P_X$

$P_X = 7, Q_X = 14$

إذا حدد السعر في السوق بـ 5 فيكون: $D = 35 - 15 = 20, \quad O = 2 \times 5 = 10,$

- في هذه الحالة يكون الطلب أكبر من العرض ومنافسة المشترين تؤدي إلى رفع السعر .

إذا حدد السعر في السوق بـ 8 فيكون: $D = 35 - 24 = 11 \quad O = 2 \times 8 = 16,$

- في هذه الحالة يكون العرض أكبر من الطلب ومنافسة البائعين ستؤدي إلى تخفيض السعر، وفي النهاية يعود السعر إلى المستوى 7 (التوازن يحدث تلقائيا في ظل المنافسة التامة)

**4.1. أثر فرض ضريبة خاصة على التوازن:** عند فرض ضريبة خاصة (وحدوية) بقيمة قدرها (t) تزداد التكاليف الحدية والمتوسطة بقيمة تلك الضريبة، أي:

$$CT_1 = f(X) \rightarrow CT_2 = f(X) + tx$$

$$Cm_1 = \frac{\partial CT_1}{\partial X} \rightarrow Cm_2 = Cm_1 + t$$

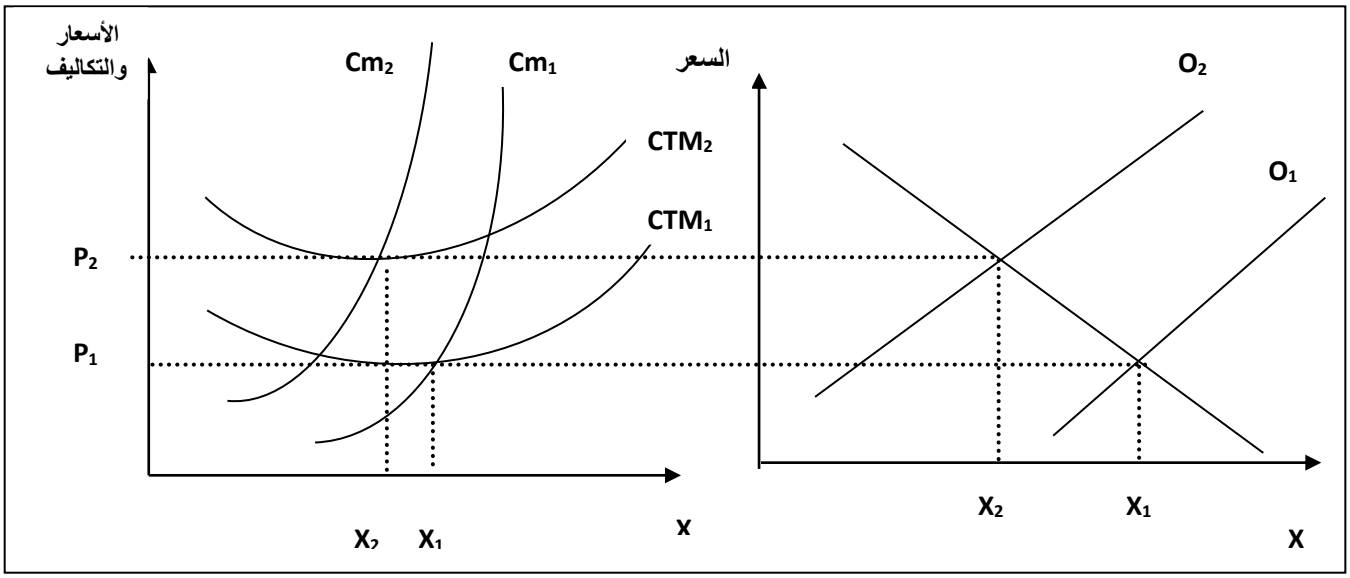
$$CTM_1 = \frac{CT}{X} \rightarrow CTM_2 = CTM_1 + t$$

وبالتالي يتغير توازن المؤسسة في سوق المنافسة التامة عند فرض ضريبة خاصة، فيصبح شرط التوازن الأول:

$$\begin{cases} \boldsymbol{PX = Cm + t} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{Cm}}{\partial \mathbf{x}} > 0 \end{cases}$$

والشرط الثاني يبقى كما هو أي: $P_X$=Cm+t

ويمكن توضيح انتقال وضعية التوازن بيانيا في الشكل التالي:




وبالتالي فإن فرض الضريبة يعتبر عبئا أو تكلفة إضافية تتحملها المؤسسة ما يؤدي إلى انخفاض كمية التوازن السوقي وارتفاع السعر.

**ملاحظة:** الضريبة على الربح لا تؤثر على التوازن في ظل المنافسة التامة، فإذا فرضت ضريبة(t) على الربح فإن هذا الأخير يكتب كما يلي: $\pi = RT - CT - t(RT - CT)$

ويؤدي تعظيم الربح إلى:

$$\frac{\partial \pi}{\partial X} = (1-t)\left(\frac{\partial RT}{\partial X} - \frac{\partial CT}{\partial X}\right) = 0 \Leftrightarrow (1-t)P_X - (1-t)Cm = 0 \Rightarrow P_X = Cm$$

وبالتالي فإن نقطة التوازن في المدى القصير لا تتأثر.

**تمرين:**

إذا كانت دالة التكلفة الكلية لمؤسسة تنتج وتبيع السلعة X و تعمل في ظل المنافسة التامة كما يلي: $CT = 0.1X^2 + X + 10$ وإذا كانت دالة الطلب الإجمالية: $X_D = -400P + 4000$

1.أوجد دالة عرض المؤسسة وما هو أدنى سعر يمكن أن تقبله المؤسسة للاستمرار في النشاط (حد الإغلاق)؟

2. حدد دالة عرض الفرع في المدى القصير إذا كانت 100 مؤسسة متماثلة تنتج وتبيع السلعة X؟

3.أوجد سعر وكمية التوازن؟

4.إذا فرضت الحكومة ضريبة خاصة قدرها (t=0.3) على كل وحدة مباعة، أوجد دالتي عرض المؤسسة وعرض الفرع وسعر وكمية التوازن الجديدة (دالة الطلب لا تتغير).

5.أوجد الثقل الضريبي على المستهلك وعلى المؤسسة، وما هو مدخول الحكومة من الضريبة؟

**الحل:**

**1.دالة عرض المؤسسة:**

$$Cm = P_X \Rightarrow 0.2X + 1 = P_X \Longrightarrow 0.2X = P - 1 \Longrightarrow X = 5P - 5$$

$$MinCVM \longrightarrow CVM = \frac{CVT}{X} = \frac{0.1X^2 + X}{X} = 0.1X + 1$$

$$\frac{\partial CVM}{\partial X} = 0 \Leftrightarrow X = 0 \Leftrightarrow CVM_0 = 1$$

ومنه دالة العرض تكتب:

$$X= \begin{cases} 5P-5\,, & P_X \geq 1 \\ 0\ \ , & P_X < 1 \end{cases}$$

**2. دالة عرض الفرع (100مؤسسة):**

$$X_{100}= \begin{cases} (5P-5)100\,, & P_X \geq 1 \\ 0\ \ , & P_X < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow X_{100}= \begin{cases} 500P-500\,, & P_X \geq 1 \\ 0\ , & P_X < 1 \end{cases}$$

**3.سعر وكمية التوازن السوقي:** العرض=الطلب

وهو سعر التوازن $500P-500=-400P+4000 \Longrightarrow 900P=4500 \Rightarrow P=5$

بالتعويض في إحدى الدالتين (دالة العرض أو الطلب) نجد كمية التوازن السوقي: $X=2000$

4. عند فرض ضريبة (t=0.3):

$$\overline{CT}=CT+tX=0.1X^2+X+10+0.3X=0.1X^2+1.3X+10$$

$$\overline{Cm}=\frac{\partial \overline{CT}}{\partial X}=0.2X+1.3$$

- إيجاد دالة العرض الجديدة:

$$\overline{Cm}=P_X \Rightarrow 0.2X+1.3=P_X \Rightarrow X=5P-6.5$$

- دالة عرض الفرع: $X=500P-6500$

- سـعر وكميـة التـوازن: $500P-6500=-400P+4000 \Rightarrow 4650=$

$$900P \Rightarrow P=5.16$$

بالتعويض في إحدى الدالتين: $X=500(5.16)-6500=1933.33$

- الثقل الضريبي على المستهلك: هو الفرق بين السعرين:

$$5.16-5=0.16 \cong 53\%$$

- الثقل الضريبي على المؤسسة: هو الفرق بين معدل الضريبة وما يتحمله المستهلك

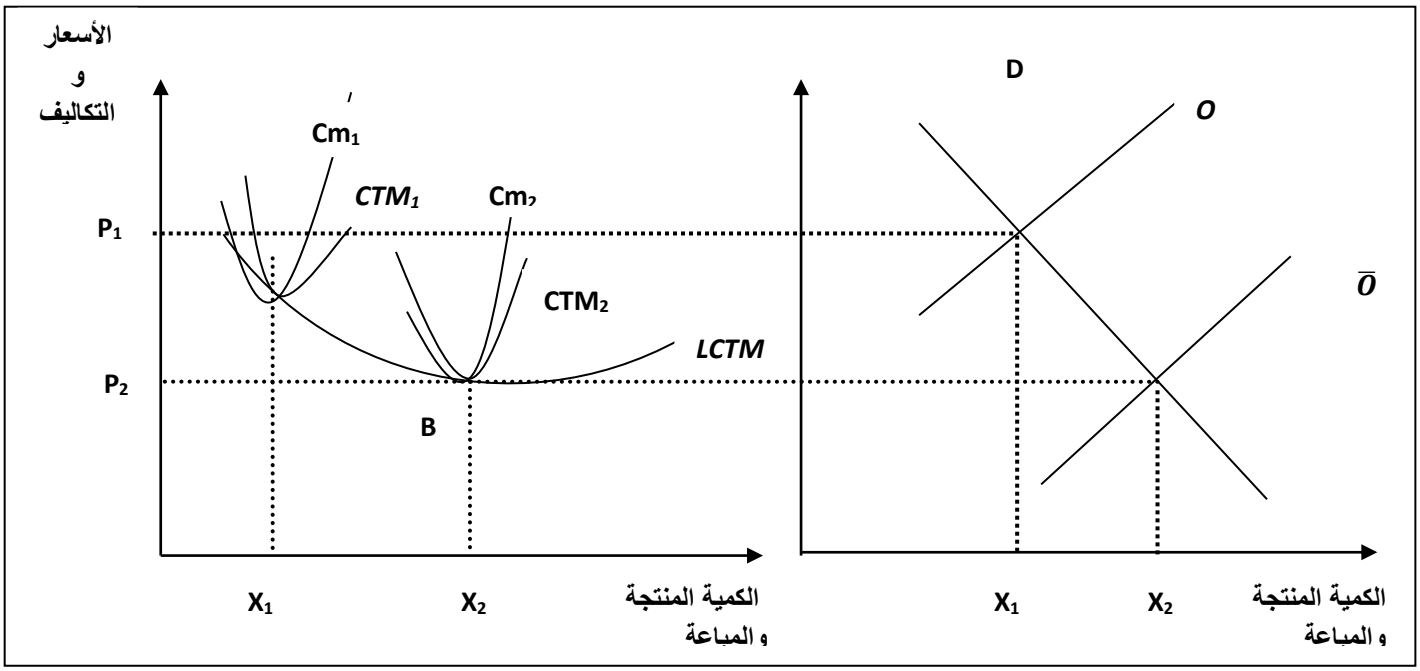
$$0.3 - 0.16 = 0.14 \cong 47\%$$

- مدخول الحكومة: هو جداء معدل الضريبة في الكمية (كمية التوازن الجديدة)

$$1933.33 \times 0.3 = 580$$

**2. توازن السوق في المدى الطويل:**

في المدى الطويل تكون المؤسسات في توازن عندما تنتج في النقطة الأدنى من منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل LCTM. إن توازن السوق يكون عند نقطة تقاطع منحنى العرض للمدى الطويل مع منحنى الطلب المقابل، فإذا كان الربح الذي تحصل عليه المؤسسات عند هذه النقطة يفوق الربح العادي؛ فإنه من الممكن دخول مؤسسات أخرى (فرضية حرية الدخول إلى السوق) وبالتالي ستزيد الكمية المعروضة، وكنتيجة لهذا فإن منحنى العرض في المدى الطويل سوف ينتقل إلى اليمين ويواصل تنقله حتى يحدث التقاطع مع منحنى الطلب الذي لا يكسب عنده الداخلين الجدد أي ربح، ويمكن توضيح ذلك في البيان التالي:



إذا كان سعر السوق يساوي $P_1$ فإن المؤسسة تواجه ربحا معينا مما يشجع على دخول مؤسسات جديدة فينخفض السعر حتى يصل إلى $P_2$ ، وبالتالي ينتقل منحنى العرض من $O$ إلى $\bar{O}$.

وبالتالي تنتقل نقطة التوازن للمؤسسة على منحنى LCTM حتى تصل إلى أدنى نقطة له (B) هذه النقطة التي تحقق الشروط التالية:

$$\boldsymbol{Cm = LCm = CTM = LCTM = P_X}$$

**ملاحظة1:**

يتوقف دخول مؤسسات جديدة إلى السوق عندما يصبح الربح يساوي الصفر، وبالتالي فإن التوازن في المدى الطويل لا يفترض فقط المساواة بين الطلب الإجمالي والعرض الإجمالي، ولكنه يفترض أيضا أن تكون الأرباح معدومة.

**ملاحظة 2:** تكون الصيغة الرياضية لدالة العرض في المدى الطويل كما يلي:

$$X = O(P) = \begin{cases} P_X = LCm \ , px \geq Min\ LCTM \\ 0, \qquad\qquad P_X < MinLCTM \end{cases}$$

**مثال:**

إذا كانت دالة التكلفة الكلية لمجموعة من المؤسسات في المدى الطويل تعمل في ظل المنافسة التامة على الشكل:

$$LCT = X^3 - 12X^2 + 55X$$

- أوجد سعر وكمية التوازن في المدى الطويل

**الحل:**

يتحدد توازن المؤسسة في المدى الطويل عند تساوي السعر مع الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة (P=MinCTM)

$$CTM = \frac{CT}{X} = X^2 - 12X + 55$$

$$MinCTM = 0 \Leftrightarrow 2X - 12 = 0 \Rightarrow X = 6$$

$$CTM_6 = 6^2 - 12(6) + 55 = 19 = P$$

ملاحظة: لقد أثبت الواقع العملي أن سوق المنافسة التامة هي حالة نظرية فقط بعيدة عن الواقع، إذ أنها لا يمكن أن تتحقق بكل الشروط السابقة الذكر.

فبالرغم أن سوق المنافسة التامة تمثل النظام المثالي لحرية التجارة وتحقيق الرفاه الاقتصادي حسب المذهب الكلاسيكي؛ إلا أن هذه الحرية قد تؤدي إلى تجاوزات نظرا لسعي بعض المتدخلين إلى تحقيق أكبر قدر من الربح ولو عن طريق القيام بأعمال قد تضر بالمنافسة الحرة مما قد ينتج عنه وضع مناقض للمنافسة وهو الاحتكار.[5]

**ثالثا: سوق الاحتكار التام Marché de monopole pur:**

يعرف الاحتكار التان بأنه الحالة التي يوجد فيها بائع واحد في السوق يبيع سلعة ليس لها بديل قريب، حيث تكون المرونة التبادلية للطلب بين سلعة المحتكر وأي سلعة أخرى في السوق ضعيفة جدا.[6]

[5] مغاوري شلبي علي، حماية المنافسة بين النظرية والتطبيق، دار النهضة العربية، القاهرة، 2004، ص23.

[6] محمد محمد النجار، محمد ابراهيم عواد، برنامج مهارات التسويق والبيع في التحليل الاقتصادي الجزئي، جامعة بنها، مركز التعليم المفتوح، ص201.

أي أن الاحتكار التام (المطلق) يعني وجود منتج أو بائع وحيد في السوق لسلعة معينة، وتكون المنافسة غير موجودة في هذه السوق، إلا أن المؤسسة الاحتكارية تواجه عدة أنواع من المنافسة غير المباشرة منها:

- وجود العديد من السلع الأخرى التي تجذب دخل المستهلك؛
- وجود سلع بديلة ولو كانت بديل غير كامل؛
- إمكانية دخول مؤسسة جديدة منافسة.

**العوامل المساعدة على قيام مؤسسة إحتكارية:**

- السيطرة على المواد الأولية؛
- كسب براءة الاختراع في مجال معين (الحواجز القانونية)؛
- إذا كانت السوق صغيرة فمؤسسة واحدة تكفي لتغطيتها، أو اعتماد وفورات الحجم التي تؤدي إلى اقتصار الصناعة على مؤسسة واحدة يمكنها إنتاج السلعة بأقل التكاليف، ويعرف هذا بالاحتكار الطبيعي (وجود حواجز طبيعية).

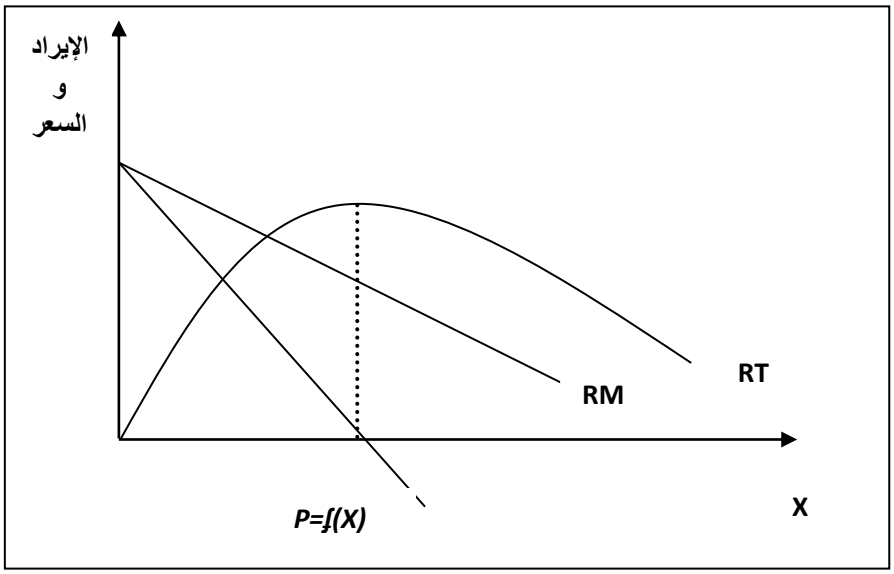
**1.التوازن في المدى القصير:**

**1.1. الطلب في حالة الاحتكار:** بما أن المؤسسة الاحتكارية هي الوحيدة المنتجة للسلعة، فإن الطلب الموجه للسوق هو نفسه الطلب الموجه للمؤسسة، وهذا يعني أن المؤسسة تواجه دالة طلب ذات ميل سالب، وينطلق تحليل توازن المؤسسة الاحتكارية من خلال تحليل الإيراد الكلي والإيراد الحدي.

إن الإيراد الكلي للمؤسسة المحتكرة (RT) يساوي الكمية المباعة في السعر، وفي هذه الحالة فإن المؤسسة هي التي تحدد السعر لكنها مقيدة بالكميات المباعة أي بالطلب الموجه إليها عند هذا السعر، ولهذا فهي تحدد السعر الذي يعظم لها الربح، ويصل الإيراد الكلي إلى أقصاه عندما يصل الإيراد

الحدي إلى الصفر، حيث يمث الإيراد الحدي التغير في الإيراد الكلي أو المشتق الأول له (RM=$\frac{\Delta RT}{\Delta X} = \frac{\partial RT}{\partial X}$).

وتظهر العلاقة بين الطلب والإيراد الكلي والحدي في الشكل التالي:




### 2.1. شروط تعظيم الربح:

إن ربح المحتكر وكأي منتج هو الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية: $(\pi = RT - CT)$ حيث:

$$RT = P \times X / P = f(X) \Rightarrow RT = f(X) \times X$$

$$CT = f(X)$$

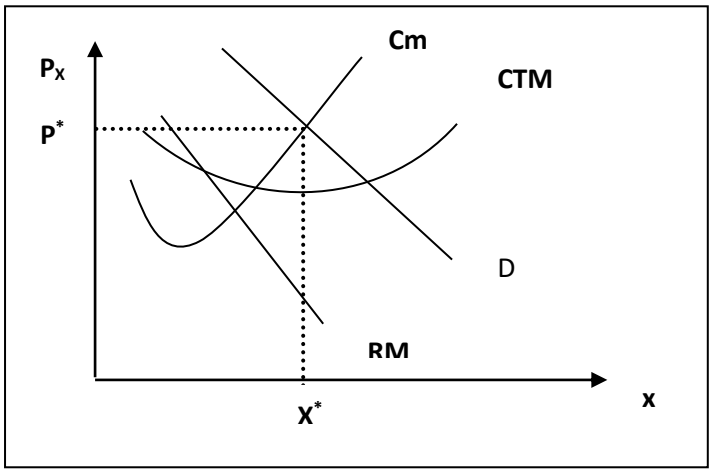
أي أن كل من الإيراد الكلي والتكلفة الكلية هما دالتان في كمية الإنتاج، ومنه وحتى يكون الربح أعظمي يجب أن تنعدم المشتقة الأولى بالنسبة لـ X: $\frac{\partial \pi}{\partial X} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial RT}{\partial X} - \frac{\partial CT}{\partial X} = 0 \Rightarrow RM = Cm$

وهو شرط التوازن الأول، ويعني أن المحتكر يجب أن ينتج حجما من الإنتاج بحيث تكون عنده التكلفة الحدية مساوية للإيراد الحدي.

- والشرط الثاني هو أن تكون المشتقة الثانية لدالة الربح سالبة أي:

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial^2 X} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \mathrm{RM}}{\partial \mathrm{X}} - \frac{\partial \mathrm{Cm}}{\partial \mathrm{X}} < 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathrm{RM}}{\partial \mathrm{X}} < \frac{\partial \mathrm{Cm}}{\partial \mathrm{X}}$$

وهذا معناه أن معدل الزيادة في التكلفة الحدية يكون أكبر من معدل تزايد الإيراد الحدي، ويمكن توضيح توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى القصير بيانيا في الشكل التالي:




**D**: منحنى الطلب

RM: منحنى الإيراد الحدي

CTM: التكلفة الكلية المتوسطة

Cm: التكلفة الحدية

**مثال:** إذا كانت دالة التكلفة لمؤسسة تحتكر سوق السلعة X كما يلي: $CT = X^2 + 2X$، ودالة الطلب:

$P_X = 10 - 3X$، أوجد سعر وكمية التوازن.

**الحل:** لدينا شرطي التوازن في حالة الاحت
$$\begin{cases} RM = Cm \\ \frac{\partial \mathrm{RM}}{\partial \mathrm{X}} < \frac{\partial \mathrm{Cm}}{\partial \mathrm{X}} \end{cases}$$

$$RT = (10 - 3X)X = 10X - 3X^2$$

$$RM = \frac{\partial RT}{\partial X} = 10 - 6X, \quad Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 2X + 2$$

$Cm = RM \Leftrightarrow 2X + 2 = 10 - 6X \Rightarrow X = 1$ وهي كمية التوازن

بالتعويض في دالة الطلب نجد سعر التوازن:

وهو سعر التوازن $P_X = 10 - 3(1) = 7$

الشرط الثاني: (محققة) $\frac{\partial \mathrm{RM}}{\partial \mathrm{X}} < \frac{\partial \mathrm{Cm}}{\partial \mathrm{X}} \Leftrightarrow -6 < 2$

### 3.1. عرض المؤسسة الاحتكارية في المدى القصير:

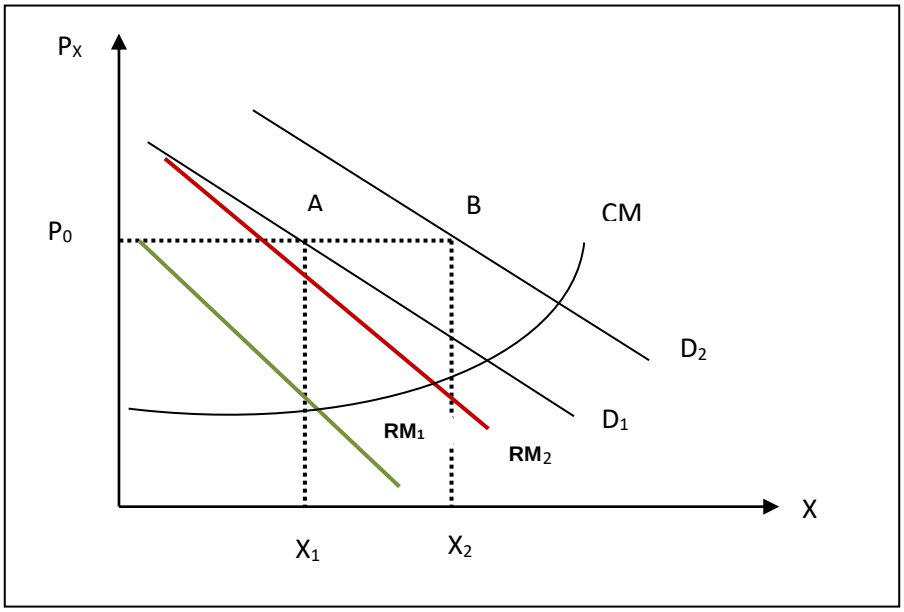
إذا كان في إطار المنافسة المثلى تنتج المؤسسة مستوى الإنتاج الذي يتميز بتساوي التكلفة الحدية والسعر؛ فإنه وفي إطار الاحتكار التام فإن الكمية المعروضة قد تؤثر مباشرة على سعر السوق عبر دالة الطلب، وبالتالي يكون عرض المؤسسة الاحتكارية مرتبطا بموقع وشكل منحنى الطلب، ولذلك يكون من غير الممكن تحديد دالة عرض المؤسسة الاحتكارية.

### 4.1.العوامل المؤثرة على توازن المؤسسة الاحتكارية:

يكون نموذج الاحتكار قادرا على تقديم تنبؤات حول مسيرة السوق التي تتميز بحدوث تغيرات ديناميكية منها: التغير في طلب السوق، وفرض ضرائب مختلفة.

-**تغير في طلب السوق:** في سوق الاحتكار فإن الزيادة في طلب السوق تؤدي إلى كمية توازن أكبر، ولكن ذلك يختلف حسب التغير في سعر السلعة:

**أ-في حالة السعر الثابت:**



**ملاحظات:**

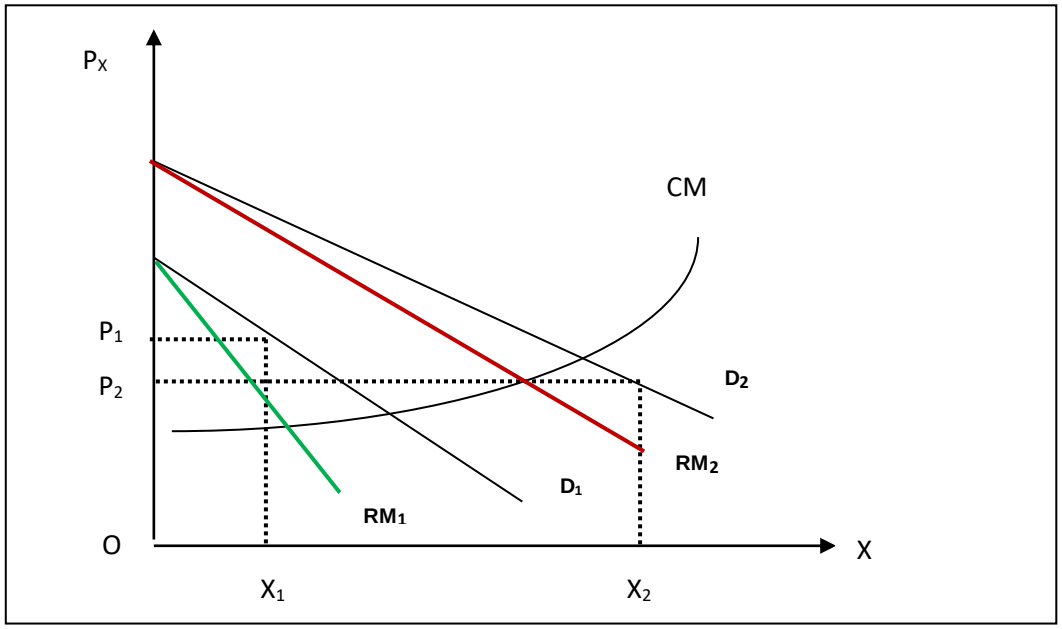
–في البداية تواجه المؤسسة الاحتكارية دالة الطلب $D_1$ حيث يؤدي تساوي الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية إلى إنتاج الكمية $X_1$ وبيعها بالسعر $P_0$ .

– عند انتقال دالة الطلب إلى $D_2$ تتغير الكمية المعروضة من $X_1$ إلى $X_2$ لكن حسب البيان فإن سعر التوازن هو نفسه السعر $P_0$ .

– يكون الإيراد الكلي في الحالة الثانية أكبر من الإيراد الكلي في الحالة الأولى، أي:

$$0P_0AX_1<0P_0BX_2$$

**ب– في حالة تغير السعر:**( بفرض انخفاض سعر السلعة)




**ملاحظات:**

– تكون المؤسسة في توازن عند النقطة $(X_1,P_1)$ ويؤدي ارتفاع منحنى الطلب من $D_1$ إلى $D_2$ إلى الانتقال إلى وضعية توازن جديدة ممثلة بـ $(X_2,P_2)$؛

– التوازن الجديد يتميز بسعر أقل وكمية أكبر؛

– يكون أثر تغير الطلب مرتبط بقوة انتقال منحنى الطلب ومرونته السعرية؛

– إذا كان المنحنى الجديد فوق المنحنى الأصلي وكان يتميز بمرونة كبيرة نوعا ما؛ فيفضل للمؤسسة الاحتكارية أن ترفع إنتاجها وتبيعه بسعر منخفض.

**– فرض ضريبة خاصة (وحدوية) على توازن المؤسسة الاحتكارية:**

إذا كانت المؤسسة الاحتكارية تواجه ضريبة على كل وحدة مباعة قدرها (t) فإن دالة الربح تكتب كما يلي:

$$\pi = RT - CT - tX$$

عندما يكون الربح أعظمي تنعدم المشتقة الأولى له:

$$\frac{\partial \pi}{\partial X} = \frac{\partial RT}{\partial X} - \frac{\partial CT}{\partial X} - \frac{\partial tX}{\partial X} = 0 \Rightarrow RM - Cm - t = 0 \Rightarrow RM = Cm + t$$

أي عند فرض ضريبة خاصة (وحدوية) على المؤسسة الاحتكارية فإنها تصل إلى حالة التوازن عند تساوي الإيراد الحدي مع مجموع التكلفة الحدية ومعدل الضريبة.

**ملاحظة:** إن الضريبة على الربح لا تؤثر على توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى القصير، فإذا فرضت الحكومة ضريبة قدرها (t) على ربح المؤسسة الاحتكارية ؛ فإن هذا الأخير يكتب كما يلي:

$$\pi = RT - CT - t(RT - CT) = (1 - t)(RT - CT)$$

ويؤدي تعظيم الربح إلى: $\frac{\partial \pi}{\partial X} = (1 - t)\left(\frac{\partial RT}{\partial X} - \frac{\partial CT}{\partial X}\right) = 0 \Rightarrow (1 - t)RM =$

$$(1 - t)Cm \Leftrightarrow RM = Cm$$

**مثال:**

إذا كانت دالة التكلفة الكلية المتوسطة لمؤسسة تحتكر سوق السلعة Xكما يلي:

$$CTM = 0.04X^2 - 0.9X + 9 + \frac{5}{X}$$

ودالة طلب السوق الموجهة لهذه المؤسسة كما يلي: $P = -X + 84.5$

- أوجد دالة التكلفة الكلية؛
- أوجد سعر وكمية التوازن؛
- إذا فرضت الحكومة ضريبة خاصة قدرها 1دج على كل وحدة مباعة؛ فأوجد سعر وكمية التوازن الجديدتين، وماذا تستنتج؟

**الحل:**

1.دالة التكلفة الكلية: $CTM = \frac{CT}{X} \Rightarrow CT = CTM \times X = 0.04X^3 - 0.9X^2 + 9X + 5$

لدينا شرطي التوازن: $Cm = RM, \frac{\partial RM}{\partial X} < \frac{\partial Cm}{\partial X}$

$Cm = 0.12X^2 - 1.8X + 9$

$RT = XP_X = -X^2 + 84.5X \Rightarrow RM = -2X + 84.5$

- $Cm = RM \Rightarrow 0.12X^2 - 1.8X + 9 = -2X + 84.5 \Rightarrow 0.12X^2 + 0.2X - 75.5 = 0$

$\Delta = (0.2)^2 - 4(0.12)(-75.5) = 36.28$

$X = \frac{-0.2 + \sqrt{36.28}}{2 \times 0.12} = 24.26$

$-\frac{\partial RM}{\partial X} < \frac{\partial Cm}{\partial X} \Rightarrow -2 < 0.24X - 1.8 \Rightarrow -0.2 < 0.24X \Rightarrow X > -0.83$

$24.26 > -0.83$

ومنه كمية التوازن هي: X=24.26

- سعر التوازن: $P_X = -24.26 + 84.5 = 60.24$

**2.عند فرض الضريبة:** تصبح دالة التكلفة:

$CT = 0.04X^3 - 0.9X^2 + 9X + 5 + 1(X) = 0.04X^3 - 0.9X^2 + 10X + 5$

$Cm = 0.12X^2 - 1.8X + 10 \ , \quad RM = -2X + 84.5$

$$Cm = RM \Leftrightarrow .12X^2 - 1.8X + 10 = -2X + 84.5 \Rightarrow 0.12X^2 + 0.2X - 74.5 = 0$$

$$\Delta = (0.2)^2 - 4(0.12)(-74.5) = 35.8$$

$$X = 24.10 \Rightarrow P_X = -24.10 + 84.5 = 60.40$$

نستنتج أن كمية التوازن انخفضت بعد فرض الضريبة، في حين السعر ارتفع بعد فرضها.

**2. توازن المؤسسة الاحتكارية في المدى الطويل:**

إن تعريف سوق الاحتكار بوجود مؤسسة وحيدة تغطي السوق يعني عدم إمكانية دخول السوق من طرف مؤسسة أخرى، لذلك مهما كانت النتيجة (ربح أو خسارة) يكون مبدئيا غير ممكن على مؤسسة أخرى أن تدخل السوق لكسب نسبة من الربح.

وبالتالي في إطار السوق الاحتكارية فإن الربح الاقتصادي البحث يبقى موجود في المدى الطويل، وتواجه المؤسسة الاحتكارية حاتين:

- إذا كانت المؤسسة تواجه خسارة ولم تجد الحجم الذي يمكنها من تحقيق الربح فإنها تنسحب من السوق؛
- إذا كانت المؤسسة تحقق ربح في المدى القصير فإنها تبحث عن الحجم الذي يمكنها من تحقيق ربح أكبر.

**ملاحظة:** تكون المؤسسة الاحتكارية في توازن (أعظم ربح) بإنتاج وبيع الكمية التي تتميز بتساوي التكلفة الحدية في المدى الطويل والإيراد الحدي أي: $Cm = LCm = RM$ والشرط الثاني يبقى أيضا نفسه.

**المؤسسة الاحتكارية بعدة مصانع:**

إذا كانت المؤسسة الاحتكارية تنتج منتوجها في عدة مصانع فإنها تواجه تكاليف متفاوتة من مصنع لآخر، فإذا اعتبرنا أن المؤسسة الاحتكارية تملك مصنعين وتواجه دالة طلب من الشكل: $P_X =$ $\boldsymbol{f(X)}$ تكون دوال التكلفة لكل مصنع: $CT_1 = f(X_1), CT_2 = f(X_2)$

فإذا كان هدف المؤسسة هو تعظيم الربح:

$$\pi = RT - (CT_1 + CT_2) = RT - CT_1 - CT_2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 0 \Leftrightarrow RM_1 - CM_1 = 0 \Leftrightarrow RM_1 = CM_1$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_2} = 0 \Leftrightarrow RM_2 - CM_2 = 0 \Leftrightarrow RM_2 = CM_2$$

لكن: $RM_1 = RM_2$ حيث تباع كل الوحدات بنفس السعر وتحقق نفس الإيراد الحدي في كل المصانع، وبالتالي تصل المؤسسة إلى توازنها عند تساوي الإيراد الحدي والتكاليف الحدية المرتبطة بالمصنعين، أي:

$$RM = CM_1 = CM_2$$

**مثال:**

تواجه مؤسسة احتكارية دالة طلب على الشكل: $P_X = 100 - 0.5X$ وتنتج السلعة X في مصنعين، حيث تواجه في المصنع الأول تكلفة كلية قدرها: $CT_1 = 10X_1$ وفي المصنع الثاني تواجه تكلفة كلية قدرها: $CT_2 = 0.25X_2^2$، ما هي وضعية التوازن للمؤسسة (سعر وكمية التوازن)؟

**الحل:**

نضع: $X=X_1+X_2$ فتصبح دالة الطلب:

$$P_X = 100 - 0.5(X_1 + X_2) \Rightarrow P_X = 100 - 0.5X_1 - 0.5X_2$$

$$RT = 100X - 0.5X_1^2 - 0.5X_2^2$$

$$\Rightarrow RM = 100 - X_1 - X_2$$

$RM = CM_1 \Leftrightarrow 100 - X_1 - X_2 = 10$.....(1)

$RM = CM_2 \Leftrightarrow 100 - X_1 - X_2 = 0.5X_2$ .....(2)

من المعادلة (1): $X_1 = 90 - X_2$ بتعويضها في المعادلة (2):

$$100 - (90 - X_2) - X_2 = 0.5X_2 \Leftrightarrow 100 - 90 - 0.5X_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow X_2 = 20;\ \ X_1 = 70$$

بالتعويض في دالة الطلب نجد سعر التوازن:

$$P_X = 100 - 0.5(20) - 0.5(70) = 55$$

**رابعا: سوق المنافسة الاحتكارية (Marché de concurrence monopolistique)**

ظهرت نظرية المنافسة الاحتكارية بعدما لوحظ أن الفرضيات التي قام عليها كل من نموذجي المنافسة التامة والاحتكار التام تمثل فرضيات متطرفة بعيدة عن الواقع العملي والاقتصادي، ومن أجل الاقتراب أكثر من هذا الواقع تم إلغاء عدة فرضيات؛ من بينها:

- تجانس السلعة؛
- انعدام المنافسة المباشرة أو الصراع بين الأعوان الاقتصاديين؛
- وجود مؤسسة فريدة لتزويد سوق معين بالمنتجات.

وبعد التخلي عن بعض الفرضيات المناسبة للمنافسة المثلى والاحتكار التام، قدم "شنبارلين" سنة 1930 نموذجه للمنافسة الاحتكارية، والذي يقوم على عدة فرضيات:[7]

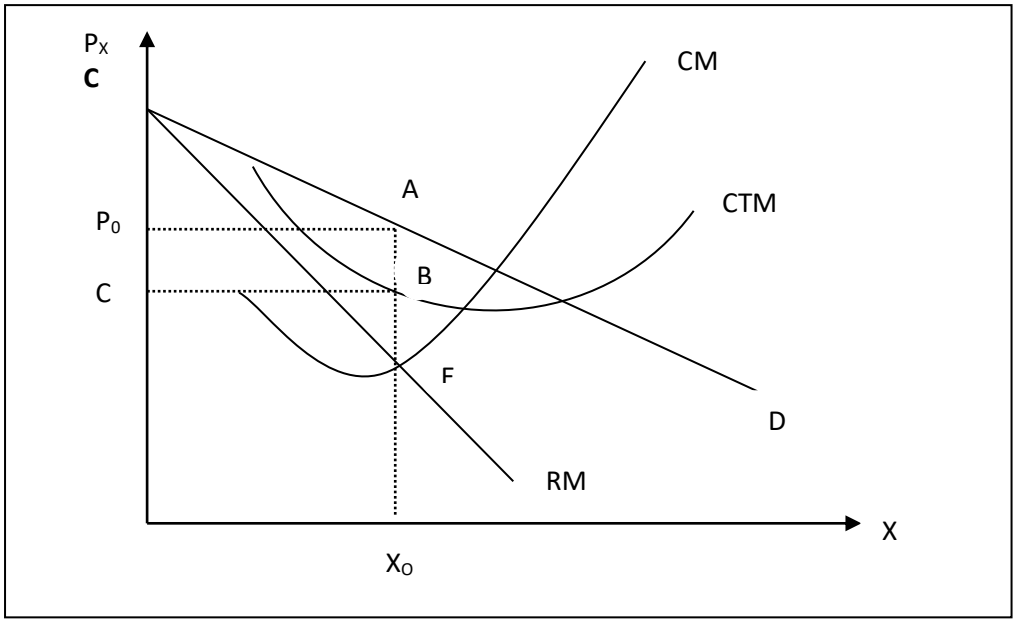
- وجود عدة بائعية وعدة مشترين؛
- وجود فرق بين السلع التي يجري التعامل بها في السوق؛
- حرية الدخول والخروج من السوق؛

[7] رشيد بن ذيب ونادية شطاب عباس، ص294.

- هدف المؤسسة تعظيم الربح؛
- أسعار عوامل الإنتاج تكون معطاة؛
- منحنيات التكلفة والطلب تكون متماثلة لكل المؤسسات، وهذا يعني أن تفضيلات المستهلكين توزع بالتكافؤ على كل البائعين، وأن كل المؤسسات تواجه نفس التكاليف؛
- ويفترض "شنبارلين" أيضا أن التكاليف الكلية المتوسطة والمتغيرة المتوسطة والحدية تأخذ شكل حرف U ، ويضيف مفهوم جديد يدعى بتكلفة البيع (خاصة الإشهار)، وبإضافة تكلفة البيع هذه الأخيرة التي تدعم الفرق بين منتجات المؤسسة ومنتجات باقي المؤسسات، ويأخذ منحناها هو الآخر شكل حرف U؛
- يكون الطلب على منتوج مؤسسة ما مرتبط بعدة عوامل (السعر، شكل المنتوج، خدمات ما بعد البيع، الإشهار...)
- تكون للمؤسسة حرية نسبية في تحديد السعر الذي تبيع به منتوجاتها، وهذا يعني أن للمؤسسة نوع من السلطة الاحتكارية في تصرفاتها.

**1. توازن المؤسسة في ظل المنافسة الاحتكارية:**

في المدى القصير تتصرف المؤسسة وكأنها مؤسسة احتكارية ويحدث التوازن بتساوي الإيراد الحدي والتكلفة الحدية (RM=CM)، ويمكن تمثيل توازن المؤسسة في المدى القصير في البيان التالي:




وبالتالي تحقق المؤسسة توازنها عند النقطة E وتحقق ربحا قدره $ABCP_0$ ، ولكن بما أنه في سوق المنافسة الاحتكارية يكون سهل نسبيا دخول وخروج المنتجين، وبالتالي فإن دخول منتجين جدد سيؤدي إلى تناقص نصيب المشروع من الطلب الكلي، مما يؤدي إلى تناقص الأرباح حتى تساوي الصفر في المدى الطويل.

**خامسا: سوق احتكار القلة:**

تتميز حالة احتكار القلة بوجود عدة مؤسسات، حيث يؤثر أي تصرف لإحدى هذه المؤسسات على متغيرات السوق، وتتميز أسواق احتكار القلة بما يلي:

- عدد قليل نسبيا من المنتجين الذين يسيطرون على السوق؛
- وجود حواجز دخول؛
- وجود عدد كبير من المشترين؛
- يمكن تواجد تمايز للمنتجات؛
- يوجد وعي بين المتنافسين عن سلوك بعضهم البعض فيما يتعلق بالتسعير والإنتاج.

ويتم تحليل ظاهرة احتكار القلة عبر طريقتين:

- عدم وجود تفاهم بين المؤسسات؛
- وجود تفاهم بين المؤسسات.

**1.عدم وجود تفاهم بين المؤسسات:**

إذا افترضنا أن المؤسسات تتصرف بصيغة مستقلة عن بعضها البعض، يكون هدف كل واحدة هو تعظيم الربح، وهناك عدة نماذج درست هذه الحالة، وسنكتفي بنموذج "كرنو":

لنفترض أنه لدينا مؤسستان تواجهان دالة طلب من الشكل: $P_X=f(X_1+X_2)$ حيث:

$X_1$: مستوى إنتاج المؤسسة الأولى؛

$X_2$: مستوى إنتاج المؤسسة الثانية.

فيكون الإيراد الكلي لكل مؤسسة:

$$RT_1 = X_1.\boldsymbol{f(X_1+X_2)} = \boldsymbol{RT_1(X_1,X_2)}$$
$$RT_2 = X_2.\boldsymbol{f(X_1+X_2)} = \boldsymbol{RT_2(X_1,X_2)}$$

وبالتالي يصبح ربح كل مؤسسة على الشكل:

$$\pi_1 = RT_1(\boldsymbol{X_1,X_2}) - \boldsymbol{CT_1(X_1)}$$
$$\pi_2 = RT_2(\boldsymbol{X_1,X_2}) - \boldsymbol{CT_2(X_2)}$$

ملاحظة: ويفترض هذا النموذج أن كل مؤسسة تعظم ربحها على أساس أن الكمية المنتجة من طرف المؤسسة الأخرى تبقى ثابتة.

وبالتالي تصبح شروط تعظيم الربح كما يلي:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial RT_1}{\partial X_1} - \frac{\partial CT_1}{\partial X_1} = 0 \Leftrightarrow RM_1 = CM_1 \dots\dots (1)$$
$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial RT_2}{\partial X_2} - \frac{\partial CT_2}{\partial X_2} = 0 \Leftrightarrow RM_2 = CM_2 \dots\dots (2)$$

من العلاقتين (1) و(2) يمكن استخراج دالتين تعكسان العلاقة بين $X_1$ و$X_2$ تعرف كل واحدة بدالة رد فعل المؤسسة.

**مثال:**

إذا كانت دالة الطلب الموجهة نحو مؤسستين تحتكران سوق السلعة X كما يلي:

$$P_X = -3X + 99$$

ودوال التكلفة للمؤسستين هما: $CT_1 = 51X_1,\ CT_2 = 33X_2$

- اوجد توازن المؤسسة حسب نموذج "كرنو"
- **الحل:** تكتب دالة الطلب على الشكل: $P_X = -3(X_1 + X_2) + 99$

$$\pi_1 = [-3(X_1 + X_2) + 99]X_1 - 51X_1$$

$$\pi_2 = [-3(X_1 + X_2) + 99]X_2 - 33X_2$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -6X_1 - 3X_2 + 99 - 51 = 0 \Leftrightarrow -6X_1 - 3X_2 + 48 = 0$$

$$\Rightarrow X_1 = \frac{-1}{2}X_2 + 8 \ldots . (1)$$ وهي دالة رد فعل المؤسسة 1

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = -3X_1 - 6X_2 + 99 - 33 = 0 \Leftrightarrow -3X_1 - 6X_2 + 66 = 0$$

$$X_1 = \frac{-1}{2}X_1 + 11 \ldots . (2)$$ وهي دالة رد فعل المؤسسة 2

ويؤدي تقاطع دوال رد الفعل إلى:

$$\begin{cases} X_1 = \frac{-1}{2}\mathrm{X}_2 + 8 \\ X_2 = \frac{-1}{2}X_1 + 11 \end{cases}$$

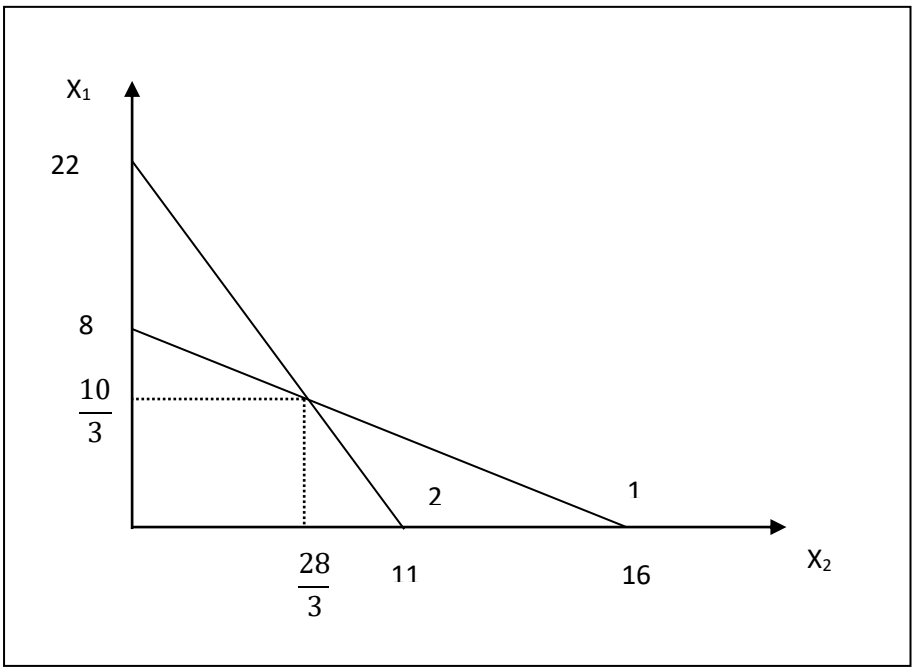
بتعويض (1) في (2) نجد: $X_2 = \frac{-1}{2}(\frac{-1}{2}X_2 + 8) + 11 \Rightarrow X_2 = \frac{1}{4}X_2 - 4 + 11$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}X_2 = 7 \Rightarrow X_2 = \frac{28}{3}$$

$$X_1 = \frac{-1}{2}\left(\frac{28}{3}\right) + 8 = \frac{10}{3}$$

$$\pi_1 = 33.33, \qquad \pi_2 = 261.33$$

ويمكن تمثيل حالة التوازن بيانيا كما يلي:




**2.وجود تفاهم بين المؤسسات:**

عموما تكون أسواق احتكار القلة غير مستقرة ولهذا يمكن تجنب عدم الاستقرار عبر اتفاقيات بين المؤسسات المعنية، ويحدث التفاهم عادة بين هذه المؤسسات عبر اتفاقيات من نوع "الكارتل".

**الكارتل:** هو اتفاق احتكاري يتم بين عدد من المشروعات المستقلة بقصد السيطرة على السوق واحتكار نشاط معين فيه. [8]

وحسب هذا الاتفاق فإن أعضاء الكارتل يلتزمون ببيع سلعهم بالأسعار التي نص عليها الاتفاق، كما يمكن في إطار هذا الاتفاق أن يتحدد لكل مشترك مجال معين من السوق لتصريف

[8]زايدي آمال، محاضرات في قانون المنافسة، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر، تخصص قانون الأعمال، جامعة سطيف 2، كلية الحقوق والعلوم السياسية، 2016/2015، ص20.

سلعته ويترتب عادة على من يتجاوز الشروط المتفق عليها دفع غرامة مالية عن مخالفة اتفاق الكارتل.

**الكارتل وتعظيم الربح:**

إذا كان هدف الكارتل هو تعظيم الربح تتصرف المجموعة كمؤسسة احتكارية بعدة مصانع، ويكون للكارتل مكتبا خاصا لاتخاذ القرارات حول مستوى الإنتاج ومستوى السعر، وتوزيع الربح الإجمالي بين المؤسسات.

فإذا كانت دالة الطلب الموجهة لكارتل يضم مؤسستين على الشكل: $P_X = \boldsymbol{f(X_1 + X_2)}$

وكانت دوال التكلفة لكل مؤسسة على الشكل: $CT_1 = f_1(X_1), CT_2 = \boldsymbol{f_2(X_2)}$

وبتطبيق شروط تعظيم الربح نصل إلى شرط التوازن التالي: $RM = CM_1 = CM_2$

**مثال:** إذا كانت لدينا دالة الطلب التالية: $P_X = 100 - 0.5X$

ودوال التكلفة لمؤسستي الكارتل هما: $CT_1 = 5X_1,\ \ CT_2 = 0.5X_2^2$

فإذا كان هدف الكارتل هو تعظيم الربح الإجمالي؛ فما هي الكمية والسعر اللذان يحققان التوازن، احسب الربح الأقصى.

**الحل:**

نضع: $X=X_1+X_2 \Leftarrow P_X = 100 - 0.5X_1 - 0.5X_2$

تكتب دالة الربح على الشكل: $\pi = P_X(X_1 + X_2) - CT_1 - CT_2$

$$\pi = (100 - 0.5X_1 - 0.5X_2)(X_1 + X_2) - 5X_1 - 0.5X_2^2$$

$$= 100X_1 - 0.5X_1^2 - 0.5X_1X_2 + 100X_2 - 0.5X_1X_2 - 0.5X_2^2 - 5X_1 - 0.5X_2^2$$

$$= 100X_1 - 0.5X_1^2 - X_1X_2 + 100X_2 - 5X_1 - 0.5X_2^2$$

الربح أعظمي $\Leftrightarrow \frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 0,\ \ \frac{\partial \pi}{\partial X_2} = 0$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 0 \Leftrightarrow 100 - X_1 - X_2 - 5 = 0 \Rightarrow 95 - X_1 - X_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow X_1 = 95 - X_2 \ldots . (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_2} = 0 \Leftrightarrow 100 - X_1 - 2X_2 = 0 \ldots . . (2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد:

$$100 - (95 - X_2) - 2X_2 = 0 \Leftrightarrow 5 - X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = 5$$

$$X_1 = 95 - 5 \Rightarrow X_1 = 90$$

سعر التوازن: $P_X = 100 - 0.5(90) - 0.5(5) = 52.5$

**الربح:**

$$\pi = 100(90) - 0.5(90)^2 - (90 \times 5) + 100(5) - 5(90) - (5)^2 = 4525$$

**الكارتل وتقسيم السوق:**

في هذا الإطار تتفق مؤسسات الكارتل على سعر معين، فتتنافس عبر عدة طرق ما عدا السعر (الإشهار، شكل المنتوج...)

**ملاحظات:**

- يؤدي السعر المتفق عليه إلى وجود ربح بحث لكل مؤسسة في الكارتل؛
- إذا كانت مؤسسات الكارتل تواجه نفس التكاليف يكون السعر المتفق عليه سعر احتكاري، ويقسم السوق إلى أقسام متساوية؛
- إذا كانت مؤسسات الكارتل تواجه تكاليف مختلفة تقسم الحصص من السوق حسب مستويات الإنتاج أو حسب القدرة الإنتاجية لكل مؤسسة؛
- عموما يكون الكارتل المبني على تقسيم السوق غير مستقر حيث تخضع المؤسسات التي تواجه تكاليف مرتفعة إلى هيمنة المؤسسات التي تواجه تكاليف أقل.

## أسئلة خاصة بالفصل الثالث

1. مالفرق بين سعر (حد) المردودية وسعر (حد) الإغلاق؟

2. تواجه المؤسسة الاحتكارية أنواع من المنافسة غير المباشرة؛ فيما تتمثل؟

3. لخص في جدول الفرق بين الأنواع الأربع للأسواق (سوق المنافسة التامة، سوق الاحتكار التام، المنافسة الاحتكارية واحتكار القلة).

**الأجوبة:**

1. سعر المردودية هو السعر الذي تبدأ منه المؤسسة في تحقيق ربح بحت (الربح عند حد المردودية يساوي الصفر)، أما سعر الإغلاق فهو أدنى سعر يمكن أن تقبله المؤسسة للاستمرار في نشاطها (الربح عند حد الإغلاق يساوي ناقص قيمة التكاليف الثابتة CFT– وبالتالي إذا استمرت المؤسسة في نشاطها فإنها تحقق خسارة تفوق قيمة التكاليف الثابتة).

2. تتمثل المنافسة غير المباشرة التي تواجهها المؤسسة الاحتكارية في:

- وجود العديد من السلع الأخرى التي تجذب دخل المستهلك؛
- وجود سلع بديلة ولو كانت بديل غير كامل؛
- إمكانية دخول مؤسسة جديدة منافسة.

**3. الفرق بين أنواع الأسواق الأربعة:**

| شكل السوق | عدد المنتجين | نوع السلعة | القدرة على التحكم في السعر | حرية الدخول والخروج من السوق |
|---|---|---|---|---|
| **المنافسة التامة** | كبير | متجانسة | لا توجد قدرة | حرية تامة |
| **الاحتكار التام** | واحد | ليس هناك بديل | قدرة كبيرة جدا | لا توجد |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **المنافسة الاحتكارية** | كبير | غير متجانسة | ضئيلة | ضئيلة |
| **احتكار القلة** | قليل | يمكن أن تكون متجانسة أو غير متجانسة | كبيرة | ضئيلة |

## تمارين محلولة

**التمرين 1:**

إذا كان إنتاج السلعة X يتم عن طريق 120 مؤسسة لها نفس التكلفة، فإذا كانت دالة التكلفة الكلية للمؤسسة الواحدة: $CT= 2X^2 +X+8$ وكانت دالة الطلب السوقي كالتالي: $X= 1600/P$

1. متى تنسحب المؤسسة من السوق؟ (سعر وكمية الإغلاق)
2. أوجد دالة العرض الفردية والسوقية.
3. أوجد سعر وكمية التوازن السوقي؟

**التمرين 2:**

1. إذا كانت مؤسسة تعمل في ظل المنافسة التامة وكانت دالة تكلفتها الكلية كالتالي:

$$CT=2 X^3 - 4X^2+ 14X+5$$

- أوجد كمية وسعر الإغلاق.
- حدد دالة عرض المؤسسة.
- إذا حدد السعر في السوق بـ 14 أوجد كمية الإنتاج المثلى ومستوى الربح.

2. إذا كانت 100 مؤسسة متماثلة لها نفس دالة العرض، حيث دالة العرض لكل مؤسسة:

$X_O = \frac{5}{3} P_X - 3$

- أوجد دالة العرض الإجمالية.
- إذا كانت دالة الطلب السوقي على السلعة X كالتالي: $X_D = -10P_X + 50$، أوجد سعر وكمية التوازن السوقي.

**تمرين 3:**

تنشط مؤسسة في إطار سوق المنافسة المثلى حيث تتحمل تكلفة متوسطة ممثلة بالدالة:

$$CTM = X + 12 + \frac{10}{X}$$

**1.**أوجد دالة عرض هذه المؤسسة.

**2.**إذا كانت 100 مؤسسة متماثلة تنشط في هذه السوق، وتواجه دالة الطلب التالية:

$$X = -25P + 360$$

- أوجد سعر وكمية التوازن.
- مثل بيانيا توازن السوق وتوازن المؤسسة؟

**3.** أوجد دالة العرض ثم كمية وسعر التوازن الجديد (علما أن دالة الطلب بقيت ثابتة) إذا فرضت الحكومة ضريبة خاصة (نوعية) قدرها 1.5 على كل وحدة مباعة من المنتوج؟

4. ما هو الثقل الضريبي على المستهلك وعلى المؤسسة؟

5.في ظل نفس الشروط السابقة (دالة التكلفة ودالة الطلب)، وإذا افترضنا أن هذه المؤسسة محتكرة للسوق، فما هي كمية وسعر التوازن عندئذ؟

**تمرين 4:**

إذا كانت دالة التكلفة الكلية لمؤسسة تحتكر سوق السلعة X كالتالي: $CT=0.4X^3-X^2+4X+5$،

وإذا قدرت دالة الطلب كالتالي: $P_X=84-2X$

- اكتب دالة الإيراد الحدي والتكلفة الحدية.

- ما هي كمية وسعر التوازن؟ وما هي قيمة أعظم ربح؟

- إذا فرضت الحكومة ضريبة خاصة بمعدل 2دج لكل وحدة مباعة، فما أثر ذلك على نقطة التوازن؟

**حل التمرين1:**

1.سعر وكمية الإغلاق:

يمثل حد الإغلاق أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتغيرة المتوسطة، وبالتالي يعبر عنه رياضيا بـ:

$$\text{Min CVM} \Leftrightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X} = 0$$

$$CVM = \frac{CVT}{X} = 2X + 1 \Leftrightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X} = 2 \Rightarrow X = 0 \Rightarrow CVM_0 = 1$$

ومنه كمية الإغلاق ($X=0$) وسعر الإغلاق ($P_X=1$)

2.دالة العرض الفردية:

تكتب على الشكل: $$X = \begin{cases} Cm = P_X, & P_X \geq Min\ CVM \\ 0\ , & P_X < \text{MiN CVM} \end{cases}$$

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 4X + 1$$

$$Cm = P_X \Leftrightarrow 4X + 1 = P_X \Rightarrow X = \frac{1}{4}P_X - \frac{1}{4}$$

ومنه دالة عرض السوق (120 مؤسسة):

$$X_{120} = 120\left(\frac{1}{4}P_X - \frac{1}{4}\right) = 30P_X - 30$$

3.سعر وكمية التوازن السوقي:

توازن السوق ⇔ العرض الإجمالي = الطلب الإجمالي

$$30P_X - 30 = \frac{1600}{P_X} \Rightarrow \ 30P_X^2 - 30P_X - 1600 = 0$$

$$\Rightarrow \ 3P_X^2 - 3P_X - 160 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(3)(-160) = 1929$$

$$\sqrt{\Delta} = 43.92$$

$$P_{X1} < 0, P_{X2} = \frac{3 + 43.92}{6} = 7.82$$

$$X = 30(7.82) - 30 = 204.6$$

**حل التمرين 2:**

$$CT = 2X^3 - 4X^2 + 14X + 5$$

أ-حد الإغلاق:

$$CVM = \frac{CVT}{X} = 2X^2 - 4X + 14$$

$$\frac{\partial CVM}{\partial X} = 0 \Leftrightarrow 4X - 4 = 0 \ \Rightarrow \ X = 1$$

$$CVM_1 = 2(1)^2 - 4(1) + 14 = 11$$

ب- دالة العرض:

تكتب دالة العرض الفردية من الشكل:

$$X = \ Cm = P_X \, , \ \ P_X \geq Min\ CVM$$

$$0 \ , \quad P_X < \ Min\ CVM$$

$$Cm = P_X \ \Leftrightarrow 6X^2 - 8X + 14 = P_X \Rightarrow 6X^2 - 8X + (14 - P_X) = 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(6)(14 - P_X) = 64 - 336 + 24P_X = 24P_X - 272$$

$$X_1 = \frac{8 - \sqrt{24P_X - 272}}{12}$$ **مرفوض لأن ميل دالة العرض موجب**

$$X_2 = \frac{8 + \sqrt{24P_X - 272}}{12}$$

ج- كمية الإنتاج المثلى:($P_X=14$)

نعوض في دالة العرض بسعر التوازن المعطى:

$$X = \frac{8 + \sqrt{24(14) - 272}}{12} = \frac{16}{12} = 1.33$$

2.أ- دالة العرض الإجمالية:

حيث دالة العرض الفردية لـ 100 مؤسسة متماثلة: $X = \frac{5}{3}P_X - 3$

$$X_{100} = 100\left(\frac{5}{3}P_X - 3\right) = \frac{500}{3}P_X - 300$$

ب-سعر وكمية التوازن السوقي:

$$-10P_X + 50 = \frac{500}{3}P_X - 300 \Leftrightarrow P_X = 1.98$$

نعوض في إحدى الدالتين (العرض الإجمالي أو الطلب الإجمالي):

$$X = \frac{500}{3}(1.98) - 300 \Rightarrow X = 30$$

**حل التمرين 3:**

1.دالة العرض:

$$CT = X^2 + 12X + 10$$

$$Cm = P_X \Leftrightarrow 2X + 12 = P_X \Rightarrow X = \frac{1}{2}P_X - 6$$

$$Min\ CVM \Leftrightarrow \frac{\partial CVM}{\partial X} = 0 /\ CVM = X + 12$$

$$\frac{\partial CVM}{\partial X} = 1 \Leftrightarrow X = 0 \Rightarrow CVM_0 = 12$$

ومنه نكتب دالة العرض:

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2}P_X - 6, & P_X \geq 12 \\ 0\ , & P_X < 12 \end{cases}$$

2.أ-سعر وكمية التوازن السوقي: (دالة الطلب: $-25P_X + 360$)

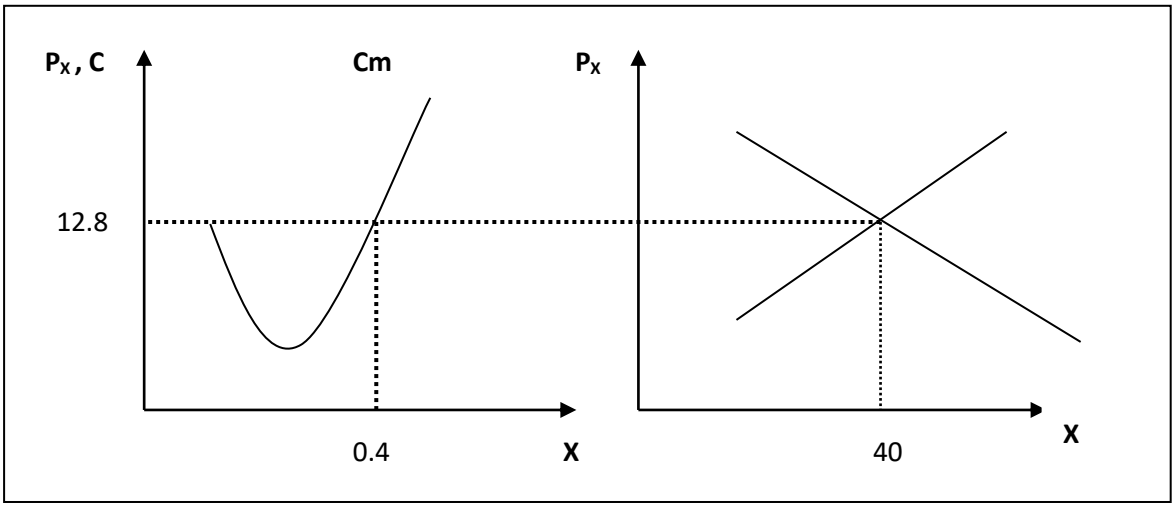
لدينا 100 مؤسسة ومنه دالة العرض الإجمالية تكون:

$$X = 100\left(\frac{1}{2}P_X - 6\right) = 50P_X - 600$$

العرض الإجمالي = الطلب الإجمالي $\Leftrightarrow 50P_X - 600 = -25P_X + 360$

$$P_X = 12.8, \quad X = 40$$

ب- التمثيل البياني:




**ملاحظة:** كمية التوازن الفر دية تحسب بقسمة كمية التوازن الإجمالية على عدد المؤسسات (100)، أو بتعويض سعر التوازن في دالة العرض الفردية (فنجد 0.4)

3.فرض ضريبة: (t= 1.5)

دالة العرض الجديدة:

$$CT_2 = CT + tX = X^2 + 12X + 10 + 1.5X = X^2 + 13.5X + 10$$

$$Cm_2 = 2X + 13.5$$

$Cm_2$=P $\Leftrightarrow$2X+13.5=P $\Leftrightarrow$X=$\frac{1}{2}P - 6.75$

- CVM=x+13.5

$$\frac{\partial CVM}{\partial X} = 1 \Leftrightarrow X = 0 \Leftrightarrow CVM_0 = 13.5$$

$$X = \begin{cases} \frac{1}{2}P - 6.75, P \geq 13.5 \\ 0 \quad\quad\quad ,P < 13.5 \end{cases}$$

$$X_{100} = 100\left(\frac{1}{2}P - 6.75\right) = 50P - 675$$

سعر وكمية التوازن:

العرض= الطلب

$50P-675 = -25P+360$

$75P = 1035 \Leftrightarrow P=13.8 \Leftrightarrow X=15$

**4. الثقل الضريبي على المستهلك:** (هو الفرق بين السعرين)

$13.8- 12.8= 1$

**الثقل الضريبي على المؤسسة:** (هو الفرق بين الثقل هلى المستهلك ومعدل الضريبة)

$1.5 -1 = 0.5$

**5.كمية وسعر التوازن للمؤسسة الاحتكارية:**

لدينا: $X=-25P+360 \Leftrightarrow P=14.4-0.04X$

ومنه: $RT=14.4X- 0.04X^2$

RM=$\frac{\partial RT}{\partial X} = 14.4 - 0.08X$

- Cm=RM $\Leftrightarrow 2X+12=14.4-0.08X$

$\Leftrightarrow X=1.15 \Leftrightarrow P=14.35$

**حل التمرين رقم 4:**

$$CT = O.4X^3 - X^2 + 4X + 5\,,\;\; P_X = 84 - 2X$$

1.كتابة دالة الإيراد الحدي والتكلفة الحدية:

الإيراد الحدي هو مشتق الإيراد الكلي: $RT = XP_X = 84X - 2X^2$

$$RM = \frac{\partial RT}{\partial X} = 84 - 4X$$

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial X} = 1.2X^2 - 2X + 4$$

2. كمية وسعر التوازن وقيمة الربح:

لدينا شرطي التوازن:

$$Cm = RM$$

$$\frac{\partial \mathrm{RM}}{\partial \mathrm{X}} < \frac{\partial \mathrm{Cm}}{\partial \mathrm{X}}$$

$$Cm = RM \Leftrightarrow 1.2X^2 - 2X + 4 = 84 - 4X \Rightarrow 1.2X^2 + 2X - 80 = 0$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(1.2)(-80) = 388 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 19.7$$

$$X_1 = \frac{-2 - 19.7}{2.4} < O$$

$$X_2 = \frac{-2 + 19.7}{2.4} = 7.375$$

$$P_X = 84 - 2(7.375) = 69.25$$

$$\frac{\partial \mathrm{RM}}{\partial \mathrm{X}} < \frac{\partial \mathrm{Cm}}{\partial \mathrm{X}} \Rightarrow -4 < 2.4X - 2 \Rightarrow -0.83 < X \text{ (محقق)}$$

$$\pi = RT - CT = XP_X - [O.4X^3 - X^2 + 4X + 5\ ] = 84X - 2X^2 -$$

$$[O.4X^3 - X^2 + 4X + 5\ ] = 84X\text{-}2X^2 - 0.4X^3 + X^2 - 4X - 5$$

$$= -0.4X^3 - X^2 + 80X - 5 = -0.4(7.375)^3 - (7.375)^2 + 80(7.375) - 5$$

$$= 514.61$$

3. أثر فرض ضريبة على توازن المؤسسة:(t=2)

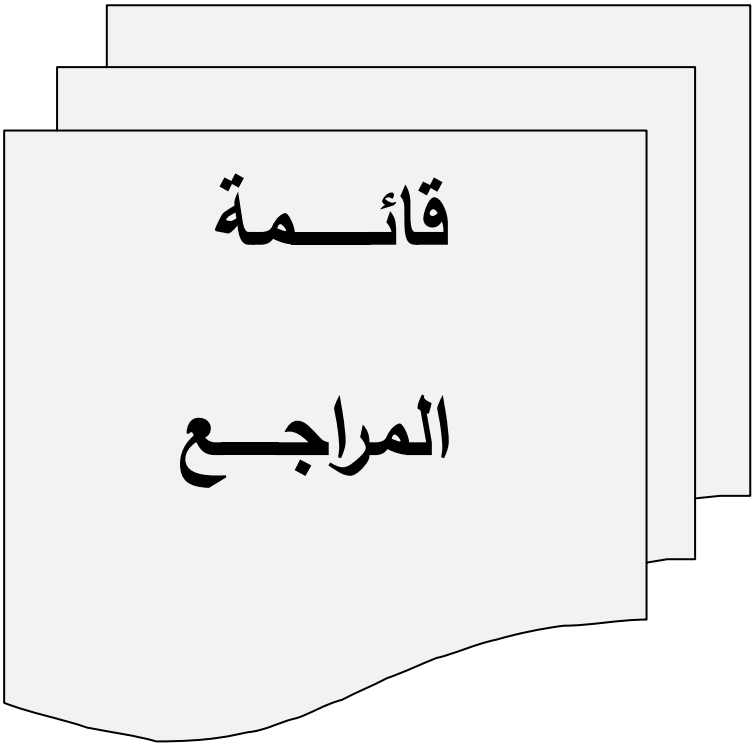
$$Cm_2 = Cm + t = 1.2X^2 - 2X + 6$$

$$Cm_2 = RM \Leftrightarrow 1.2X^2 - 2X + 6 = 84 - 4X \Rightarrow 1.2X^2 + 2X - 78 = 0$$

$$\Delta = 378.4 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 19.45$$

$$X_1 < 0, X_2 = \frac{-2 + 19.45}{2.4} = 7.27$$

$$P_X = 84 - 2(7.27) = 69.46$$


قائـــمة
المراجـــع

**قائمة المراجع:**

***أولا: باللغة العربية:***

- ***الكتب:***

**1.** رشيد بن ذيب، نادية شطاب عباس، **اقتصاد جزئي نظرية وتمارين**، الطبعة الخامسة، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون–الجزائر، 2007.

**2.** ضياء مجيد، **النظرية الاقتصادية، التحليل الاقتصادي الجزئي**، مؤسسة شباب الجامعة، الاسكندرية، 2007.

**3.**محمد فرحي، **التحليل الاقتصادي الجزئي**، دار أسامة للطباعة والنشر والتوزيع، بدون سنة ولا مكان نشر.

4. مغاوري شلبي علي، حماية المنافسة بين النظرية والتطبيق، دار النهضة العربية، القاهرة، 2004.

- ***المطبوعات الجامعية:***

5. زايدي آمال، محاضرات في قانون المنافسة، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر، تخصص 6.قانون الأعمال، جامعة سطيف 2، كلية الحقوق والعلوم السياسية، 2016/2015

7. نواف الرومي، برنامج الاقتصاد الجزئي 2، دليل الدراسة لطلبة السنة الأولى،كلية الحقوق والعلوم السياسية، الجامعة الافتراضية بتونس، بدون سنة.

8. محمد محمد النجار، محمد ابراهيم عواد، برنامج مهارات التسويق والبيع في التحليل الاقتصادي الجزئي، جامعة بنها، مركز التعليم المفتوح.

***ثانيا: باللغة الأجنبية***

**9**. Said Azamoum, **Comprendre la micro-economie**, 3ème édition, Office des publication universitaires, Béjaia-l'algerie, 2011.

**10**.Frederic S.Lee, **Microeconomic theory**, Routledge (Taylor and Francis group), London and Newyork, 2018.

**11**. Pierre Picard, élléments de microéconomie, théorie et applications, 6éme édition, Montchrestien, Paris 2002, p259.

قائمة الرموز
والمصطلحات

| الرمز | المصطلح بالفرنسية | المصطلح بالعربية |
|---|---|---|
| **L** | **l'oeuvre** | عنصر العمل |
| **K** | **Capital social** | عنصر رأس المال |
| **TMST** | ***Taux Marginal de Substitution Technique*** | المعـــدل الحـــدي للإحـــلال التقني |
| **CT** | **coût total** | التكلفة الكلية |
| **Pmg** | **productivité marginale** | الناتج الحدي |
| **PM** | **production moyenne** | الناتج المتوسط |
| | **profit** | الربح |
| **RT** | **revenu total** | الإيراد الكلي |
| **CVT** | **Cout variable total** | التكلفة المتغيرة الكلية |
| **CFT** | **Cout fixe total** | التكلفة الثابتة الكلية |
| **CFM** | **Cout fixe moyen** | التكلفة الثابتة المتوسطة |
| **CVM** | **Cout variable moyen** | التكلفة المتغيرة المتوسطة |
| **CTM** | **Cout total moyen** | التكلفة الكلية المتوسطة |
| **Cm** | **Cout marginal** | التكلفة الحدية |