الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة 20 أوت 1955 – سكيكدة –
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

الرياضيات المالية دروس وتمارين محلولة

موجهة لطلبة السنة الثانية جميع الشعب

إعداد الدكتورة سعد قرمش زهرة

2024 – 2025

مقدمة:

تعد الرياضيات المالية من أهم الأدوات الرياضية التي تحظى باهتمام متزايد من قبل الأفراد والمؤسسات، وذلك كونها تساعدهم في اتخاذ قرارات الاقتراض والاستثمار في المشاريع المختلفة من ناحية القدرة على مواجهة متطلبات التمويل وسداد الديون وفق الشروط المالية التي تضعها الجهات المقرضة، ومن ناحية أخرى الاختيار بين أفضل النتائج المالية الممكنة.

تعد هذه المطبوعة البيداغوجية الموسومة بـ **الرياضيات المالية** محاضرات مرفقة بتمارين محلولة حسب البرنامج الوزاري للسنة الثانية علوم التسيير و العلوم الاقتصادية والتجارية، وهي ثمرة تجربة سنوات من تدريس هذا المقياس بكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير – جامعة سكيكدة، ولقد حاولنا أن نستفيد من هذه التجربة لصياغة محتوى المقياس بطريقة تلائم مستوى طلبة الكلية وطبيعة تخصصهم، وللتحقيق هذا الهدف حرصنا في تقديم هذه المطبوعة على الايجاز والسهولة وتبسيط المفاهيم مدعمة بأمثلة تطبيقية إلى جانب تمارين محلولة، وذلك حتى يتسنى للطلبة استيعاب محاور المقرر الدراسي.

إن الهدف الأساسي من هذه المطبوعة البيداغوجية هو إعطاء الطالب فكرة عامة حول مختلف العمليات المالية في المؤسسات المالية، وهذا من خلال تزويده بالأسس العلمية والعملية للرياضيات المالية، بالإضافة على تدريبه على مهارات يحتاجها للعمل في المجال المالي، وحتى يتمكن الطلب من تناول هذا المقياس لابد له من مراجعة عدة مفاهيم رياضية أغلبها متضمنة في برامج الرياضيات السابقة كالمتتاليات الحسابية والهندسية ...

تحتوي هذه المطبوعة البيداغوجية على خمس فصول، حيث خصص الفصل الأول لدراسة العمليات المصرفية في الاجل القصير من خلال التعرض لمفهوم الفائدة البسيطة وعناصرها وأنواعها بالإضافة إلى كيفية حساب جملة الفائدة البسيطة، وكذا تناول القيمة الحالية والخصم التجاري بأنواعه، إضافة إلى تسوية الديون في الأجل القصير. بينما تناول الفصل الثاني المعاملات المالية المتعلقة بالآجال المتوسطة وطويلة المدى، حيث قسم هو الآخر إلى عناصر فتعرضنا في أولها بدراسة الفائدة المركبة والقيمة المكتسبة ثم القيمة الحالية والخصم بالإضافة إلى تسوية الديون في الأجل المتوسط والطويل.

كما خصص الفصل الثالث للدفعات المتساوية بنوعيها: دفعات السداد ودفعات الاستثمار، أما الفصل الرابع فتناولنا فيه موضوع القروض وطرق سدادها، وأخيرا تطرقنا في الفصل الخامس إلى موضوع اختيار المشاريع الاستثمارية والمفاضلة بينها في ظل حالة التأكد التام.

وأخيرا نحمد الله ونشكره على توفيقنا لإتمام هذه المطبوعة، وعلى أن نكون قد وفقنا في أن تؤدي هذه المطبوعة الهدف المرجو منها.

وحدة التعليم: أساسية

المادة: رياضيات مالية

الرصيد: 4

المعامل: 2

نمط التعليم: حضوري

أهداف التعليم:

تهدف هذه المادة التعليمية إلى تمكين الطالب التحكم في مختلف الحسابات المالية والطرق المعتمدة في المصارف التجارية، وبعض المؤسسات المالية والمتعلقة بالقرض والإيداع وتسديد القروض، كونها تساعدهم في اتخاذ قرارات الاقتراض والاستثمار في المشاريع المختلفة من ناحية القدرة على مواجهة متطلبات التمويل وسداد الديون وفق الشروط المالية التي تضعها الجهة المقرضة، ومن ناحية أخرى الاختيار بين أفضل النتائج الممكنة.

محتوى المادة:

- الفائدة البسيطة والخصم.
- الفائدة المركبة.
- الدفعات.
- استهلاك القروض.
- اختيار الاستثمارات.

طريقة التقييم: تقييم مستمر + امتحان نهائي ويقاس معدل المادة بالوزن الترجيحي للدروس (60%) والأعمال الموجهة (40%).

المراجع:

- منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلى الرياضيات المالية، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.
- ناصر داودي عدون، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 2010.
- صليحه بن طلحه، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى، منشورات الدار الجزائرية، الجزائر. 2015.
- *BENJAMIN Legros, Mini manuel de mathématique financière, Dunod, paris, 2011.*

الفصل الأول: الفائدة البسيطة والخصم.

1- مفهوم الفائدة:

- هي التعويض الذي يدفعه المدين (المقترض) للدائن (المقرض نتيجة حيازة المدين لأموال الدائن خلال فترة زمنية معينة:
- تعرف الفائدة على أنها المبلغ المدفوع من طرف المدين (المقترض) إلى الدائن (المقرض) نظير استغلال رأس المال المقترض خلال فترة زمنية معينة
- كما تعرف بأنها المردود المادي الذي يتحصل عليه الدائن من استثمار رأس ماله عن طريق إبداعه في أحد البنوك أو نتيجة إقراضه جهة معينة شخص مؤسسة، ...، خلال فترة زمنية معينة.

1-1- مفهوم الفائدة البسيطة:

الفائدة البسيطة هي التي تحسب على أساس المبلغ الأصلي المقترض الثابت طوال مدة القرض أو التوظيف في عناية كل دورة زمنية.

1-2- عناصر القائلة البسيطة:

القصد بعناصر الفائدة، تلك العوامل التي تؤثر بصورة مباشرة بالفائدة وتعتمد عليها في احتساب تلك الفائدة وهي ثلاثة عناصر أساسية:

- المبلغ (الأصل) Capital:

وهو رأس المال أو المبلغ المودع أو المبلغ المقترض أو المبلغ المستثمر أو أي مبلغ آخر، تقع عليه عملية التحويل من الشخص الأول إلى الشخص الثاني، ويطلق عليه المبلغ الأصلي)، ويرمز له بالرمزC

- المادة (الزمن) Durée:

وهي تمثل الفترة الزمنية التي يضع فيها الدائن (المقرض) المبلغ لدى المدين (المقترض)، أي من تاريخ ابتداء العملية الاستثمارية حتى نهايتها. وقد تكون مدة القرض أو مدة الإيداع أو مدة الاستثمار أو غير ذلك. كما تكون هذه المدة محددة بالأيام، أو بالأشهر أو بالسنوات، ويرمز بلدة بالرمز n

- معدل الفائدة Taux d'intérêts:

وتسعى كذلك بسعر الفائدة، وهو المعدل الذي يتم الاتفاق عليه بين طرفي عملية الاستثمار والذي يمنحه المدين إلى الدائن نظير منح الدائن (المقرض) مبلغ الاستثمار إلى المدين (المقترض)، ويعبر عنه سنوياً أو سداسياً أو شهرياً، ويرمز له بالرمز "t"

1-3- قانون الفائدة البسيطة:

كما ذكرنا أعلاه أن قيمة الفائدة البسيطة المتحصل عليها من توظيف أو استثمار مبلغ أو أصل معين خلال فترة زمنية معينة تتحد بثلاثة متغيرات أو عناصر. إذا رمزنا بالرمز "I" للفائدة البسيطة المتحصل عليها، فإن العلاقة الرياضية لحسابها تعطى بالصيغة التالية:

$$\boxed{I = \frac{C * t * n}{100}}$$

أي أن قيمة الفائدة البسيطة هي حاصل ضرب المبلغ (الأصل) في معدل الفائدة في مدة الاستثمار.

إذا كانت المدة بالسنوات تصبح العلاقة الرياضية الحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$\boxed{I = \frac{C * t * n}{100}}$$

إذا كانت المدة بالأشهر تصبح العلاقة الرياضية الحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$\boxed{I = \frac{C * t * n}{1200}}$$

إذا كانت المدة بالأيام تصبح العلاقة الرياضية الحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$\boxed{I = \frac{C * t * n}{3600}}$$

- **مثال: (حالة المدة بالسنوات)**

أودع شخص معين مبلغ مالي قيمته 100 دج في بنك الفلاحة والتنمية الريفية(BADR) ، حيث الفق الطرفان على بقاء المبلغ في البنك لمدة سنتين مقابل حصول الشخص على فائدة بسيطة بمعدل 5% سنويا.

أحسب مقدار الزيادة أو الفائدة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد انقضاء هذة إيداع المبلغ في البنك.

- **الحل:**

لدينا: C=100DA n=2 t=5%

مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها هذا الشخص هي:

$$I = \frac{C * t * n}{100} = \frac{100 * 5 * 2}{100} = 10DA$$

- **مثال (حالة المدة بالأشهر)**

أودع شخص معين مبلغ مالي قيمته 100 دج في بنك الفلاحة والتنمية الريفية(BADR) ، حيث اتفق الطرفان على بقاء المبلغ في البنك لمدة 7 أشهر مقابل حصول الشخص على فائدة بسيطة بمعدل 46 سنوياً.

- أحسب مقدار الزيادة أو الفائدة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد انقضاء مدة إيداع المبلغ في البنك.

- **الحل:**

لدينا: C= 100DA n=7 mois t=4%

مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها هذا الشخص هي:

$$I = \frac{C*t*n}{100} = \frac{100*4*7}{1200} = 2.33DA$$

- **مثال (حالة المدة بالأشهر)**

في يوم 11/07/2018 أودع شخص معين مبلغ مالي قيمته 1000 دج في بنك الفلاحة والتنمية الريفية (BADR)،

ثم قام بسحبه يوم 03/08/2018 بمعدل فائدة بسيطة 6% سنوياً.

– أحسب مقدار الزيادة أو الفائدة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد انقضاء مدة إيداع المبلغ في البنك.

– الحل:

لدينا: $t=6\%$ $C=1000DA$

$$n = 31 - 11 = 20 \text{ Jours} + 03 \text{ jours} = 23 \text{ Jours}$$

مدة بقاء المبلغ في البنك هو:

مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها هذا الشخص هي:

$$I = \frac{C * t * n}{100} = \frac{1000 * 6 * 23}{36000} = 3.83DA$$

هـام:

عند حساب المدة بين تاريخين أي تاريخ الاقتراض وتاريخ تسديد القرض، فإنه يتم إسقاط يوم الإقراض من المدة بينما يتم احتساب اليوم الأخير دون النظر إلى التوقيت.

1–4– شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة:

يشترط لتطبيق العلاقة الرياضية الحساب الفائدة البسيطة احترام الشروط التالية:

أولاً: يجب أن يكون معدل الفائدة (t) سنوياً، وإذا كان معدل العائدة غير سنوي يجب تحويله إلى معدل فائدة سنوي كما يلي:

- إذا كان المعدل شهري(Mensuel) ، يتم الضرب المعدل في 12 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل شهرين(Bimensuel) ، يتم ضرب المعدل في 6 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 3 أشهر(Trimestriel) ، يتم ضرب المعدل في 4 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- ا إذا كان المعمل لكل 4 أشهر(Quadrimestre) ، يتم اضرب المعمل في 3 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 6 أشهر(Semestriel) ، يتم ضرب المعدل في 2 لتحويله إلى معدل سنوي.

ملاحظة: إذا لم يذكر في التمرين نوع المعدل يفترض الله معدل سنوي.

ثانياً: يشترط أن تكون مدة الاستثمار أو الاقتراض (n) بالسنوات وإذا كانت المدة غير سنوية يجب تحويلها إلى سنوات.

– مثال:

أوجد الفائدة البسيطة السنوية لمبلغ 1000 دج لكل حالة من الحالات التالية:

– بمعدل فائدة شهري $\frac{1}{2}$ % ولمدة 4 أشهر؛

– بمعدل فائدة ثلاثي $\frac{3}{2}$ % ولمدة سنتين؛

– بمعدل فائدة رباعي 1% ولمدة 120 يوم؛

- بمعدل فائدة سداسي $\frac{3}{4}$ % ولمدة 3 سنوات؛
- بمعدل فائدة نصف شهري $\frac{1}{5}$ % ولمدة 40 أسبوع.

- الحل:

إيجاد الفائدة البسيطة السنوية لكل حالة من الحالات التالية:

- بمعدل فائدة شهري $\frac{1}{2}$ % ولمدة 4 أشهر:

$$I_{simple} = C.\frac{n}{12}.\frac{t}{100}.12 = 1000.\frac{4}{12}.\frac{1/2}{100}.12 = 20\ DA$$

- بمعدل فائدة ثلاثي $\frac{3}{2}$ % ولمدة سنتين:

$$I_{simple} = C.n.\frac{t}{100}.4 = 1000.2.\frac{3/2}{100}.12 = 120\ DA$$

- بمعدل فائدة رباعي 1% ولمدة 120 يوم:

$$I_{simple} = C.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}.3 = 1000.\frac{120}{360}.\frac{1}{100}.3 = 10\ DA$$

- بمعدل فائدة سداسي $\frac{3}{4}$ % ولمدة 3 سنوات:

$$I_{simple} = C.n.\frac{t}{100}.2 = 1000.3.\frac{3/4}{100}.2 = 45\ DA$$

- بمعدل فائدة نصف شهري $\frac{1}{5}$ % ولمدة 40 أسبوع:

$$I_{simple} = C.\frac{n}{52}.\frac{t}{100}.24 = 1000.\frac{40}{52}.\frac{1/5}{100}.24 = 36.92\ DA$$

2- أنواع الفائدة البسيطة:

يوجد نوعين من الفائدة البسيطة الفائدة البسيطة الصحيحة (الحقيقية) والفائدة البسيطة التجارية

2-1- الفائدة البسيطة التجارية L'intérêt simple commercial:

وتسمى بالطريقة الفرنسية وهي طريقة مستخدمة في فرنسا، وتسمى بالطريقة التجارية. وهي الفائدة التي تكون فيها المدة بالأنام تساوي 360 يوم، أي افتراض أن جميع أشهر السنة تساوي 30 يوم. وتعطى الصيغة الرياضية الحساب الفائدة التجارية كما يلي:

$$\boxed{I_c = \frac{c * t * n}{36000}}$$

2-2- الفائدة البسيطة الصحيحة (الحقيقية) L'intérêt simple réel:

وتسمى بالطريقة الانكليزية وهي طريقة مستخدمة في بريطانيا وهي الفائدة التي تكون فيها السنة مدنية أي عدد أيام السنة

هو 365 إذا كنت السنة بسيطة أو عادية أو 366 إذا كانت السنة كبيسة .(Année bissextile) والسنة الكبيسة تحدث مرة واحدة كل أربع سنوات، أي في كل أربع سنوات يكون سنة فيها 366 يوم أي شهر فيفري يكون فيه 29 يوم)، والمعرفة ما إذا كانت أي سنة كنيسة أو بسيطة (عادية) فإن هذه السنة المعنية تقبل القسمة على العدد 4، فإذا تحصلنا على رقم صحيح فتقول بأن السنة كبيسة وإذا تحصلنا على رقم بالفاصلة تقول بأن السنة عادية. وتعطى العائدة البسيطة الصحيحة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$I_{réel} = \frac{c * t * n}{36500}$$

ou

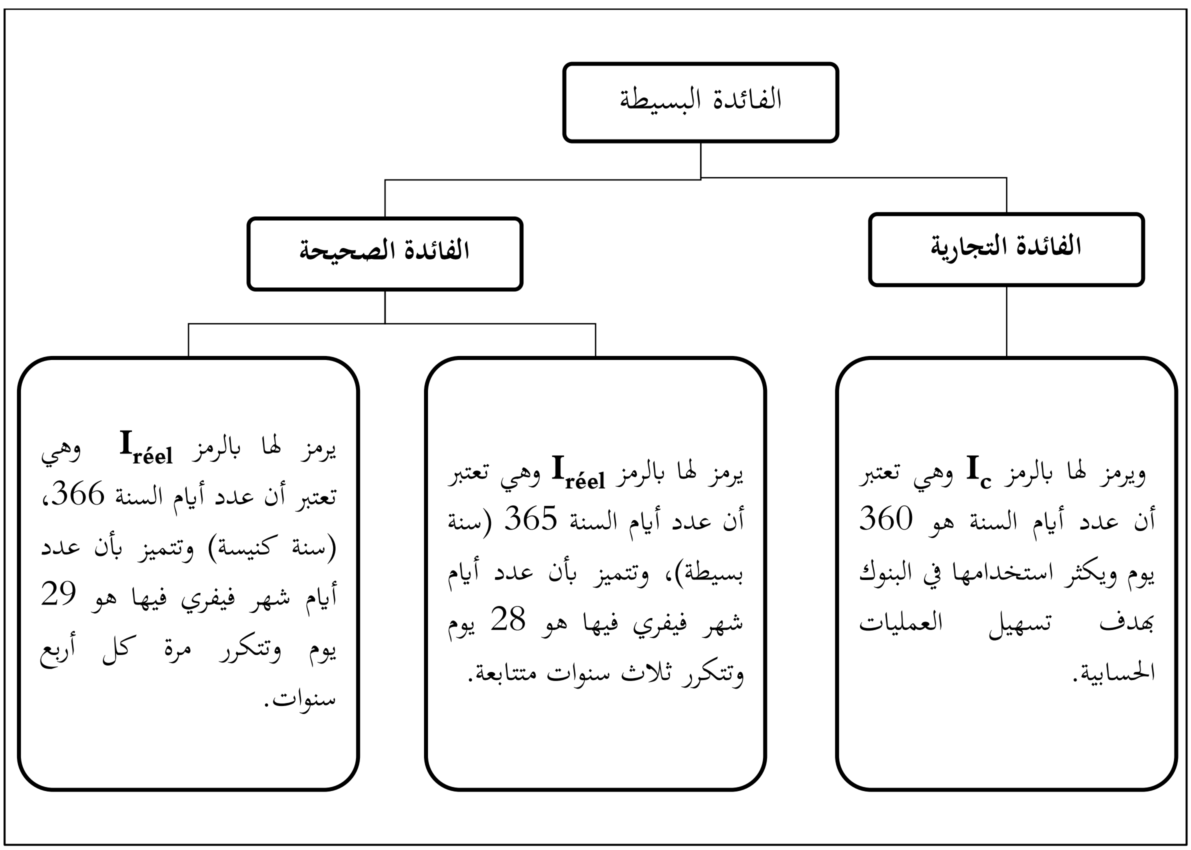
$$I_{réel} = \frac{c * t * n}{36600}$$

– مثال: سنة 1992 هل هي سنة كبيسة أو سنة عادية؟

$4/1992 = 498$ والباقي 0، إذن سنة 1992 هي سنة كبيسة أي أن عدد أيامها هو 366 يوم

ملاحظة: جميع المعاملات المالية تحسب بالفائدة التجارية أو السنة التجارية ما لم يذكر في التمرين عكس ذلك.

الشكل (1): أنواع الفوائد البسيطة.



ملاحظات هامة:

- تستخدم الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة عندما تكون المدة بالأيام فقط؛
- الفائدة التجارية تكون دائماً أكبر من الفائدة الصحيحة؛

- إذا لم يذكر في المسألة نوع الفائدة يفترض أنها فائدة تجارية؛
- لا تُستخدم الفائدة الصحيحة إلا إذا ذُكر ذلك صراحة في المسألة؛
- إذا لم يحدد في المسألة نوع السنة (بسيطة أو كبيسة) وطلب حساب الفائدة الصحيحة جرى العرف على اعتبارها سنة بسيطة (365 يوم)؛
- في حالة عدم ذكر سنة محددة في المسألة ثم طلب تحديد الفائدة الصحيحة، فتفترض على أنها سنة بسيطة (365 يوم) لأن السنوات البسيطة تتكرر أكثر من السنوات الكبيسة.

3- العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة:

أحياناً يتطلب ايجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة والعكس يتطلب حساب الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية، ما دام أن هناك علاقة تربط بينهما، وبالتالي غير أربع علاقات رياضية تربط بين الفائدتين كما يلي:

- **العلاقة الأولى:** تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة كما يلي:

$$\boxed{I_{\text{commercial}} = \frac{73}{72} I_{réel}}$$

- **العلاقة الثانية:** تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية كما يلي:

$$\boxed{I_{réel} = \frac{72}{73} I_{\text{commercial}}}$$

- **العلاقة الثالثة:** تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$\boxed{I_{\text{commercial}} = 73(I_{\text{commercial}} - I_{réel})}$$

- **العلاقة الرابعة:** تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة الصحيحة بمعلومية الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$\boxed{I_{réel} = 72(I_{\text{commercial}} - I_{réel})}$$

- مثال:

إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة هو 1.2 دج لمبلغ معين أستثمر لمدة 90 يوم بمعدل 12%. فما هو مقدار كل من الفائدتين؟ وما هو مقدار المبلغ المستثمرة؟

- **الحل:**

$I_{\text{commercial}} - I_{réel} = 1.2\ DA$ $\quad$ $n = 90\ Jours$ $\quad$ $t = 12\%$ $\quad$ $C = ?$

$$I_{\text{commercial}} - I_{réel} = 1.2\ DA \Leftrightarrow I_{\text{commercial}} - \frac{72}{73} I_{\text{commercial}} = 1.2$$
$$\Rightarrow I_{\text{commercial}}\left(1 - \frac{72}{73}\right) = 1.2$$
$$\Rightarrow \frac{1}{73} I_{\text{commercial}} = 1.2$$
$$\Rightarrow I_{\text{commercial}} = 87.6\ DA$$

$$\Rightarrow I_{réel} = \frac{72}{73} I_{\text{commercial}} = \frac{72}{73}(87.6) = 86.4\ DA$$

$$I_c = \frac{C * t * n}{36000} = 87.6 \Leftrightarrow \frac{C * 12 * 90}{36000} = 87.6$$

$$\Rightarrow 1080\ C = 3153600$$

$$\Rightarrow C = 2920\ DA$$

4- القيمة المكتسبة (الجملة)La valeur acquise

عند إقراض مبلغ معين لمدة زمنية معينة وبمعدل فائدة بسيطة معين، فإن المقرض (الدائن) سوف يتحصل في نهاية المدة المتفق عليها بينه وبين المدين (المقترض) على رأسماله (الأصل) مضافاً إليه الفائدة المستحقة على هذا المبلغ خلال هذه المدة الزمنية، وبالتالي فإن الدائن (المقرض) سوف يتحصل على المبلغ زائد الفوائد البسيطة وهو ما يُسمى بالقيمة المكتسبة أو الجملة ويرمز لها بالرمزA ، وتعطى بالصيغة التالية:

$$\boxed{\begin{array}{c} A = C + I \\ A = C + C * n * t \\ A = C * (1 + nt) \end{array}}$$

حيث:

A: القيمة المكتسبة (الجملة)

C: رأس المال المستثمر (الأصل)

I: الفوائد البسيطة المستحقة.

هـام:

القيمة المكتسبة (الجملة) في نهاية كل فترة زمنية تشكل متتالية حسابية (Sute anthmetique) ذات الحد الأول Co والأساس Co.t

في حالة المدة أعطيت بالأشهر أو بالأيام، فإن الصيغة الرياضية للقيمة المكتسبة تعطى كما يلي:

$$\boxed{A = C + \frac{C * n * t}{12} = C\left(1 + \frac{n * t}{12}\right)}$$

$$\boxed{A = C + \frac{C * n * t}{360} = C\left(1 + \frac{n * t}{360}\right)}$$

- مثال:

ما هي القيمة المكتسبة لرأس مال قيمته 20000 دج وظف لمدة 35 يوم، بمعدل فائدة بسيطة 7 % سنوياً:

- الحل:

$$A = C + \frac{C * n * t}{360} = C\left(1 + \frac{n * t}{360}\right) = 20000\ \left(\ 1 + \frac{35 * 7}{360}\right) = 20136.11\ DA$$

5- القيمة المكتسبة لعدة مبالغ:

أحياناً يودع الأشخاص أو المؤسسات مبالغ مالية غير متساوية القيمة وفي فترات زمنية مختلفة لدى البنوك والمؤسسات

المالية، وفي نهاية المدة يتحصل على فائدة بسيطة على كل مبلغ أودعه. فإذا تطلب الأمر حساب الفوائد الإجمالية المستحقة حول هذه المبالغ أو الدفعات غير المتساوية وحساب القيمة المكتسبة فإننا نتميز ثلاث حالات كما يلي:

5-1- الحالة الأولى: حالة المبالغ الدفعات غير متساوية)، فترات إيداع المبالغ غير متساوية، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ غير متساوية.

ففي هذه الحالة يتم حساب الفوائد الإجمالية المستحقة على هذه المبالغ بالطريقة التالية:

$$I_{Global} = I_1 + I_2 + \ldots\ldots\ldots + I_m$$

$$I_{Global} = G_1 * n_1 * t_1 + G_2 * n_2 * t_2 + \ldots\ldots\ldots + G_m * n_m * t_m$$

أما القيمة المكتسبة (الجملة) المتحصل عليها تعطى وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{A = \sum_{m}^{i=1} C_i + \sum_{m}^{i=1} I_i}$$

- مثال:

أودع شخص ثلاث مبالغ مختلفة القيمة في ثلاث بنوك كما يلي:

- أودع في البنك A: مبلغ مالي قدره 4000 دج بمعدل فائدة بسيطة 5 % سنويا ولمدة سنتين؛
- أودع في البنك B: مبلغ مالي قدره 2500 دج بمعدل فائدة بسيطة 4 % سنوياً ولمدة ستة أشهر؛
- أودع في البنك C: مبلغ مالي قدره 1500 دج بمعدل فائدة بسيطة 4,5 % سنويا وحدة 145 يوم.

أوجد القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها هذا الشخص في نهاية المدة الزمنية الإيداع مبالغة.

- الحل:

$$\sum_{m}^{i=1} l_i = l_1 + l_2 + l_3$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} l_i = C_1 . n_2 . t_3 + C_{2.} n_2 . t_2 + C_{3.} n_3 . t_3$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} l_i = C_1 . \frac{t_1}{100} . n_1 + C_2 . \frac{t_2}{100} . \frac{n_2}{12} + C_3 . \frac{t_3}{100} . \frac{n_3}{360}$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} l_i = 4000 . \frac{5}{100} . 2 + 2500 . \frac{4}{100} . \frac{6}{12} + 1500 . \frac{4.5}{100} . \frac{145}{360}$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} l_i = 400 + 50 + 27.1875 = 477.1875\ DA$$

$$A = \sum_{m}^{i=1} C_i + \sum_{m}^{i=1} I_i$$

$$\sum_{m}^{i=1} C_i = C_1 + C_2 + C_3 = 4000 + 2500 + 1500 = 8000\ DA$$

$$A = 8000 + 477.1875 = 8475\ DA$$

5-2- الحالة الثانية: حالة المبالغ (الدفعات غير متساوية)، فترات إيداع المبالغ غير متساوية، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ متساوية (مشتركة).

في هذه الحالة يفضل استخدام طريقة النمر أو طريقة الأعداد والقاسم الثابت (Méthode des nombres et du diviseur Fixe) وهي طريقة مبسطة وسهلة وموجزة للحسابات المعقدة، إذ تتطلب أن معدلات الفائدة البسيطة المطبقة على المبالغ غير المتساوية المودعة خلال فترات أو العدد غير متساوية (مختلفة) أن تكون مشتركة أو موحدة، حيث أن النمر يساوي مبلغ رأس المال المستثمر في مدة إيداعه، أي أن النمر هو حاصل ضرب كل مبلغ في مدة ابداعه، فإذا كانت المدة بالأشهر تسمى النمر الشهري، وإذا كانت المدة بالأيام يسمى النمر اليومي.

الفائدة الاجمالية الناتجة K عن رأسمال أو مبلغ موظف أو مستثمر، وإذا كانت مدة الاستثمار معبر عنها بالأيام فإن:

$$I_{Total} = I_1 + I_2 + \dots\dots\dots + I_K$$

$$I_{Total} = \frac{C_1 * t * n}{360} + \frac{C_2 * t * n}{360} + \frac{C_3 * t * n}{360} + \dots\dots\dots + \frac{C_K * t * n}{360}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I_{Total} = \frac{\sum_i^K C_i\, n_i}{360} * t}}$$

لو نضع العبارة:

$$N_i = C_i n_i$$

$$D = \frac{360}{t}$$

تصبح لدينا الفائدة الاجمالية وفق العلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{I_{Total} = \frac{\sum_{i=1}^K N_i}{360}}}$$

أما القيمة المكتسبة أو الجملة المكتسبة من هذه المبالغ فيحصل عليها كما يلي:

الجملة = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد المستحقة

$$A = \sum_{m}^{i=1} C_i + \sum_{m}^{i=1} I_i$$

– مثال:

أودع شخص في البنك الوطني الجزائري ثلاث مبالغ مختلفة القيمة وخلال فترات زمنية مختلفة كما يلي:

- المبلغ الأول قيمته 3000 دج بتاريخ 2019/03/25؛
- المبلغ الثاني قيمته 4500 دج بتاريخ 2019/04/17؛
- المبلغ الثالث قيمته 2500 دج بتاريخ 2019/05/04.

علماً أن البنك اتفق مع الشخص على معدل 5% كفائدة بسيطة سنوية والجميع المبالغ المودعة.

المطلوب: حساب مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه المبالغ المستمرة بتاريخ 2019/05/20.

أولا يجب تحديد مدة كل مبلغ أي تحديد مدة بقاء كل مبلغ في البناك:

المبلغ C_1		
2019/032/25 إلى 2019/03/31	20109/04/01 إلى 2019/04/30	2019/05/01 إلى 2019/05/20
06 أيام	30 يوم	20 يوم
$n_1 = 06 + 30 + 20 = 56\, Jours$		
المبلغ الثاني C_2		
2019/04/17 إلى 2019/04/30	2019/05/01 إلى 2019/05/20	
13 يوم	20 يوم	
$n_2 = 13 + 20 = 33\, Jours$		
المبلغ الثالث C_3		
2019/05/04 إلى 2019/05/20		
16 يوم		
$n_2 = 16\, Jours$		

مجموع الفوائد = مجموع النمر على القاسم

$$D = \frac{n}{t} = \frac{360}{0.05} = 7200$$

$$\sum_{m}^{i=1} I = \frac{\sum_{m}^{i=1} Tigre}{D} = \frac{C_1 * n_1 + C_2 * n_2 + C_3 * n_3}{D}$$

$$= \frac{(3000 * 56) + (4500 * 33) + (2500 * 16)}{7200}$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} I = 49.51\ DA$$

5–3– الحالة الثالثة: حالة المبالغ (الدفعات متساوية)، فترات إيداع المبالغ منتظمة، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ متساوية (مشتركة).

على غرار الحالتين السابقتين فإن هذه الحالة تتميز بأن. المبالغ المستثمرة أو المودعة لدى البنوك أو المقرضة للغير تأخذ صفة الانتظام والتساوي في مقاديرها كما تتميز بالتتابع والدورية في تدفقها.

ويمكن أن إبداع هذه الدفعات المتساوية (المبالغ المتساوية) أو سدادها شهرياً أو كل شهرين أو كل ثلاثي من السنة أو كل سداسي (ستة أشهر) أو كل سنة ......، إلخ، كما يمكن أن يكون إبداع أو سداد هذه المبالغ المتساوية في بداية كل وحدة زمنية أو في نهاية كل وحدة زمنية.

ملاحظة:

- إذا كانت الدفعات المودعة أو المبالغ المستثمرة تكون في غالب الأحيان في بداية كل وحدة زمنية وتسمى بالدفعات الفورية أو دفعات الاستثمار؛
- إذا كانت الدفعات تتمثل في سداد القروض أو استهلاكها فتكون في نهاية كل وحدة زمنية وتسمى بدافعات السناد أو الدافعات العادية.

وبالتالي فإن مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات المتساوية تشكل متتالية حسابية وفق الصبغة الرياضية التالية:

$$\sum suite\ arithmétique = \frac{Nombrs\ des\ termes}{2} = (1er\ terme + dernier\ terme)$$

وبالتالي فإن جملة الدفعات المتساوية فهي عبارة عن مجموع هذه الدفعات مضافاً إليها مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات، أي أنه إذا كان:

a: يمثل قيمة الدافعة المتساوية

t: معدل الفائدة البسيطة المطبق على المبالغ المتساوية (الدفعات)

K: عدد الدفعات المتساوية

n: مدة الإبداع أو السداد (عدد أيام السنة أو عدد أشهر السنة)

$$\boxed{\sum_{k}^{i=1} I_i = a.t.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_2}{n}\right)}$$

n_1 = مدة الدفعة الأولى؛

n_k = مدة الدفعة الأخيرة.

أما القيمة المكتسبة (الجملة) الناتجة عن هذه الدفعات المتساوية فهي مجموع الفوائد البسيطة مضافاً إليها مجموع الدفعات المتساوية كما يلي:

$$\sum_{k}^{i=1} a_i = a.k$$

$$A = \sum_{k}^{i=1} a_i + \sum_{k}^{i=1} I_k$$

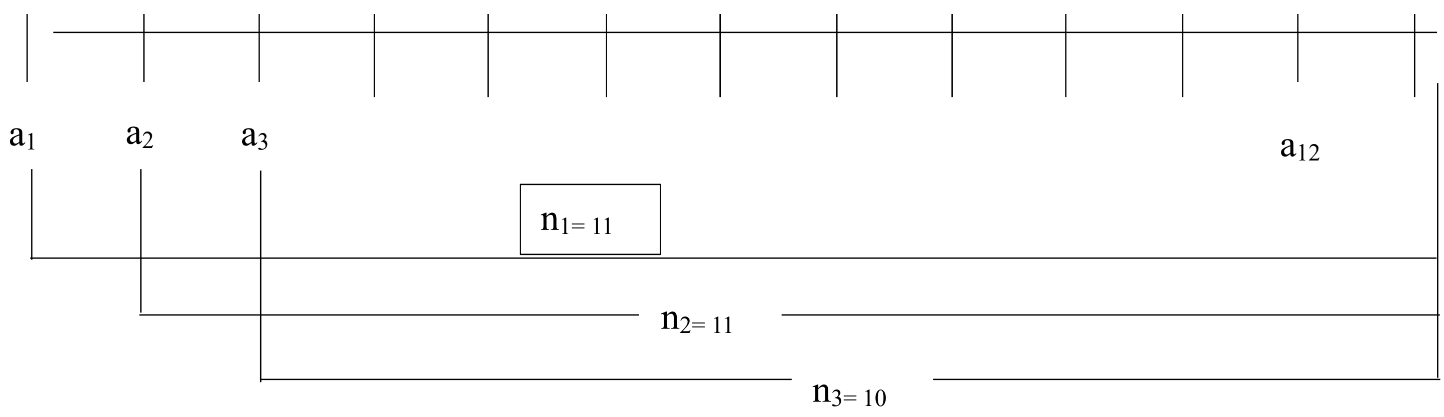
- مثال:

قرر شخص معين على إيداع في بداية كل شهر من سنة 2019 مبلغ مالي قيمته 1000 دج، بمعدل فائدة بسيطة 5 % سنوياً. وفي نهاية سنة 2019 قام سحب أمواله والفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات.

فما هي القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها هذا الشخص في نهاية سنة 2019؟

a = 1000 DA; le montant de l'annuité constante

n = 12 le nombre des annuités



$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots\dots\dots = a_{12} = 1000\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} a_1 = a.n = 1000 * 12 = 12000\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} I_1 = I_2 + I_3 + \dots\dots\dots + I_k$$

فوائد كل دفعة تساوي مبلغ الدفعة مضروب في معدل الفائدة البسيطة مضروب في الفترة الزمنية. وبالتالي نلخص فوائد كل دافعة في الجدول التالي:

الفائدة البسيطة لكل دفعة	معدل الفائدة	الفترة الزمنية (المدة)	الدفعة
$I_1 = 1000.\frac{12}{12}.\frac{5}{100} = 50DA$	t = 5%	$n_1 = 12\ mois$	$a_1 = 1000$
$I_2 = 1000.\frac{11}{12}.\frac{5}{100} = 45.83DA$	t = 5%	$n_2 = 11\ mois$	$a_2 = 1000$
$I_3 = 1000.\frac{10}{12}.\frac{5}{100} = 42.67DA$	t = 5%	$n_3 = 10\ mois$	$a_3 = 1000$
………………..	………………..	………………..	………………..
$I_{11} = 1000.\frac{2}{12}.\frac{5}{100} = 8.33DA$	t = 5%	$n_{11} = 2\ mois$	$a_{11} = 1000$
$I_{12} = 1000.\frac{1}{12}.\frac{5}{100} = 4.17DA$	t = 5%	$n_{12} = 1\ mois$	$a_{12} = 1000$

وبالتالي فإن مجموع الفوائد المستحقة تشكل متالية حسابية من الشكل:

$$\sum_{k}^{i=1} I_1 = a.t.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_k}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sum_{k}^{i=1} I_1 = 1000.\frac{5}{100}.\frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right) = 325\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} a_1 = a.n = 1000 * 12 = 12000\ DA$$

القيمة المكتسبة أو الجملة تساوي مجموع الدفعات + مجموع الفوائد المستحقة على هذه الدفعات

$$A = \sum_{k}^{i=1} a_i + \sum_{k}^{i=1} I_k = 12000 + 325 = 12325\ DA$$

– مثال:

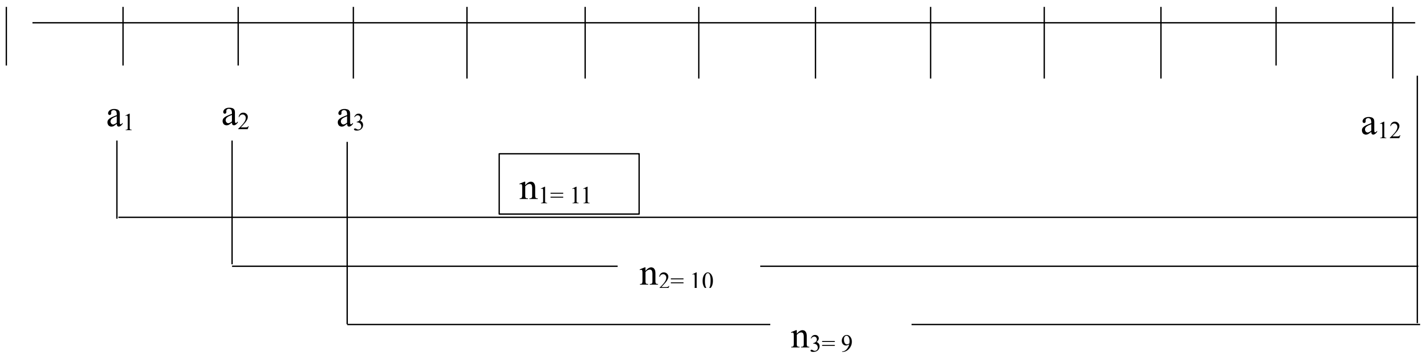
قرر شخص على تسديد ديونه المقترضة على البنك على شكل دفعات متساوية قيمتها 1000 دج في نهاية كل شهر على مدار سنة كاملة وذلك بمعدل فائدة بسيطة 6%.

المطلوب: حساب جملة ما يقوم بدفعه هذا الشخص للبنك في نهاية السنة.

– الحل:

a = 1000 DA; le montant de l'annuité constante

n = 12 le nombre des annuités



$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots_{\dots\dots} = a_{12} = 1000\ DA$$

مجموع القروض المسددة تشكل متتالية حسابية مجموعها من الشكل التالي:

$$\sum_{k}^{i=1} I_k = a.t.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_k}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sum_{k}^{i=1} I_k = 1000.\frac{6}{100}.\frac{12}{2}\left(\frac{11+0}{12}\right) = 330\ DA$$

القيمة المكتسبة أو الجملة تساوي مجموع الدفعات + مجموع الفوائد المستحقة على هذه الدفعات

$$A = \sum_{k}^{i=1} a_i + \sum_{k}^{i=1} I_k = 12000 + 330 = 12330\ DA$$

6– تكافؤ رؤوس الأموال:

يقصد بمفهوم تكافؤ مبلغين من رأس المال عندها ترغب في استبدال رأس مال موظف أو مستثمر برأس مال آخر بحيث ألا يكون هناك أي ميزة أو منفعة للمقرض. هذين المبلغين يجب أن يكون لهما نفس تاريخ الاستحقاق ونفس القيمة المكتسبة في هذا التاريخ.

6–1– تكافؤ مبلغين من رأس المال موظفين بنفس اليوم ولها نفس تاريخ الاستحقاق:

تعتبر مبلغين من رأس المال فما الخصائص التالية:

- C_1: رأس مال موظف اليوم لمدة n يوم، بمعدل فائدة بسيطة t1؛
- C_2: رأس مال موظف اليوم لمدة n يوم، بمعدل فائدة بسيطة t2.

نقول عن المبلغين C_1 و C_2 أنهما متكافئين، بمعنى يمكن استبدال رأس المال بالآخر إذا كانت قيمتهما المكتسبة متساوية في تاريخ التكافؤ المشترك.

من خلال هذا التعريف يمكن كتابة:

$$A_1 = A_2$$
$$C_1 + C_1 \cdot n \cdot t_1 = C_2 + C_2 \cdot n \cdot t_2$$

وفي حالة المدة المستخدمة بالأيام أو بالأشهر، فإن صيغة التكافؤ تعطى بالعلاقة التالية:

$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n \cdot t_1}{12} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n \cdot t_2}{12}$$
$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n \cdot t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n \cdot t_2}{360}$$

- مثال:

ماهي قيمة رأس المال الذي وظف يوم 05 ماي 2019 إلى غاية 25 جوان من نفس السنة، بمعدل فائدة بسيطة سنوياً 7 % حتى يكون مكافئ لرأس مال قيمته 25000 دج موظف يوم 05 ماي 2019 إلى غاية 25 جوان من نفس السنة بمعدل فائدة بسيطة سنوياً 4 %؟

- الحل:

$$\begin{cases} C_1 = ? \\ n_1 = 51\text{J} \\ t_1 = 7\% \end{cases} \begin{cases} C_2 = 25000DA \\ n_2 = 51\text{ J} \\ t_2 = 4\% \end{cases}$$

نلاحظ أن مدة التوظيف تمتد من 05 ماي إلى غاية 25 جوان من نفس السنة.

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n \cdot t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n \cdot t_2}{360}$$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 360 نجد:

$$360C_1 + C_1 \cdot n \cdot t_1 = 360C_2 + C_2 \cdot n \cdot t_2$$
$$\Rightarrow C_1(360 + n.t_1) = C_2(360 + n \cdot t_2)$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{C_2(360 + n \cdot t_2)}{360 + n \cdot t_1}$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{25000 * \left(360 + (51 * 0{,}04)\right)}{360 + (51 * 0{,}07)}$$
$$\Rightarrow C_1 = 24894{,}79DA$$

- **مثال:**

ما هو معدل الفائدة البسيطة الرأس مال قيمته 21500 دج وطف بتاريخ 15 أفريل 2019 والمكافئ في تاريخ الاستحقاق 07 جوان 2019 لرأس مال آخر قيمته 21650 دج موظف بمعدل فائدة بسيطة 4,25% سنوياً وذلك يوم 15 أفريل 2019 وتاريخ استحقاقه هو07 جوان من نفس السنة.

- **الحل:**

$$\begin{cases} C_1 = 21500 \\ n_1 = 53\text{J} \\ t_1 = ? \end{cases} \begin{cases} C_2 = 21650\text{DA} \\ n_2 = 53\text{ J} \\ t_2 = 4{,}25\% \end{cases}$$

نلاحظ أن مدة التوظيف تمتد من 15 أفريل إلى غاية 07 جوان من نفس السنة.

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n \cdot t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n \cdot t_2}{360}$$

يضرب طريق المعادلة في العدد 360 نجد:

$$\begin{aligned}
360C_1 + C_1 \cdot n \cdot t_1 &= 360C_2 + C_2 \cdot n \cdot t_2 \\
\Rightarrow C_1 \cdot n \cdot t_1 &= 360C_2 + C_2 \cdot n \cdot t_2 - 360C_1 \\
\Rightarrow t_1 &= \frac{360C_2 + C_2 \cdot n \cdot t_2 - 360C_1}{C_1 \cdot n} \\
\Rightarrow t_1 &= \frac{\left(360 * 21650 + (21650 * 53 * 0{,}0425)\right) - 360 * 21500}{21500 * 53} \\
\Rightarrow t_1 &= 9{,}02\%
\end{aligned}$$

6–2– تكافؤ مبلغين من رأس المال لهما نفس تاريخ الاستحقاق:

تعتبر مبلغين من رأس المال فما الخصائص التالية:

- C_1: رأس مال موظف اليوم J_1 لمدة n_1 يوم، بمعدل فائدة بسيطة t1؛
- C_2: رأس مال موظف اليوم J_2 لمدة n_2 يوم، بمعدل فائدة بسيطة t2.

نقول عن المبلغين C_1 و C_2 أنهما متكافئين في تاريخ استحقاقهما المشترك، بمعنى يمكن استبدال رأس المال بالآخر إذا كانت قيمتهما المكتسبة متساوية في تاريخ التكافؤ المشترك.

$$A_1 = A_2$$

$$C_1 + C_1 \cdot n_1 \cdot t_1 = C_2 + C_2 \cdot n_2 \cdot t_2$$

$$j = j_1 + n_1 = j_2 + n_2$$

مفهوم تكافؤ مبلغين من رأس المال يجب أن يحقق الشرطين التاليين:

- يجب أن يكون لها نفس الاستحقاق؛
- يجب أن يكون فما نفس القيمة المكتسبة في تاريخ الاستحقاق المشتركة.

في حالة المدة أعطيت بالأيام أو بالأشهر فإن الصيغة الرياضية للتكافؤ تعطى وفق العلاقة التالية:

- **المدة بالأيام:**

$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n_1 \cdot t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n_2 \cdot t_2}{360} \text{ avec } j = j_1 + n_1 = j_2 + n_2$$

- **المدة بالأشهر:**

$$\frac{C_1 \cdot n_1 \cdot t_1}{12} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n_2 \cdot t_2}{12} \text{ avec } j = j_1 + n_1 = j_2 + n_2$$

– مثال:

ما هي قيمة رأس مال وظف يوم 15 ماي 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 25 جوان من نفس السنة، بمعدل فائدة بسيطة 7% والمكافئ لرأس مال قيمته 7000 دج موظف يوم 28 أفريل 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 25 جوان من نفس السنة، بمعدل فائدة بسيطة 8,5%.

– الحل:

$$\begin{cases} C_1 = ? \\ n_1 = 41\text{J} \\ t_1 = 7\% \end{cases} \begin{cases} C_2 = 7000\text{DA} \\ n_2 = 58\text{ J} \\ t_2 = 8{,}5\% \end{cases}$$

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n \cdot t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n \cdot t_2}{360}$$

بضرب طريق المعادلة في العدد 360 نجد:

$$\begin{aligned} 360C_1 + C_1 \cdot n_1 \cdot t_1 &= 360C_2 + C_2 \cdot n_2 \cdot t_2 \\ \Rightarrow C_1(360 + n_1 \cdot t_1) &= C_2(360 + n_2 \cdot t_2) \\ \Rightarrow C_1 &= \frac{C_2(360 + n_2 \cdot t_2)}{360 + n_1 \cdot t_1} \\ \Rightarrow C_1 &= \frac{7000 * (360 + (58 * 0{,}085))}{360 + (41 * 0{,}07)} \\ \Rightarrow C_1 &= 7039{,}74DA \end{aligned}$$

– مثال:

ما هو معدل الفائدة البسيطة لرأس مال قيمته 10000 دج الموظف بتاريخ 02 مارس 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 31 ماي من نفس السنة والمكافئ الرأس مال قيمته 10250 دج موظف يوم 15 أفريل 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 31 ماي من نفس السنة بمعدل فائدة بسيطة 10%.

– الحل:

$$\begin{cases} C_1 = 10000 \\ n_1 = 90\text{J} \\ t_1 = ? \end{cases} \begin{cases} C_2 = 10250DA \\ n_2 = 46\text{ J} \\ t_2 = 10\% \end{cases}$$

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1 \cdot n \cdot t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2 \cdot n \cdot t_2}{360}$$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 360 نجد:

$$\begin{aligned} 360C_1 + C_1 \cdot n_1 \cdot t_1 &= 360C_2 + C_2 \cdot n_2 \cdot t_2 \\ \Rightarrow C_1 \cdot n_1 \cdot t_1 &= 360C_2 + C_2 \cdot n_2 \cdot t_2 - 360C_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{360C_2 + C_2 \cdot n_2 \cdot t_2 - 360C_1}{C_1 \cdot n_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{(360 * 10250 + (10250 * 46 * 0{,}1)) - 360 * 10000}{10000 * 90}$$

$$\Rightarrow t_1 = 15{,}24\%$$

7- الخصم التجاري والخصم الصحيح:

على غرار وسائل الدفع المعتادة التي يستعملها المتعاملون الاقتصاديون مثل النقود والشبكات البنكية، هناك وسائل دفع أخرى على سبيل المثال الأوراق التجارية أو ما يطلق عليها الكمبيالات أو السفتجة، وسند الأمر، وعند تحرير المتعاملون فيما بينهم الأوراق التجارية فإن صاحب الدين ملزم قانونيا بدفع القيمة الاسمية الكمبيالة إلى صاحب الحق أو المستفيد وذلك في تاريخ أو الأجل المحدد على الورقة التجارية والذي يسمى بتاريخ الاستحقاق، لكن لظروف ما قد يلجأ صاحب الحق أو المستفيد إلى تحصيل هذا الدين قبل ميعاد استحقاقه، وهذا ما يسمى بخصم الدين أو خصم الأوراق التجارية.

7-1- تعريف الخصم:

هو التنازل عن مبلغ أو قيمة معينة من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية مقابل الحصول على الدين قبل موعد استحقاقه، حيث يتشابه الخصم مع الفائدة البسيطة في طريقة الحساب، فإذا كانت الفائدة البسيطة تضاف للمبلغ فإن الخصم يطرح من المبلغ، وخصم الديون يعني تسديدها قبل موعد استحقاقها بمدة معينة لقاء تخصيص يساوي فائدتها للمدة المحصورة بين تاريخ التسديد وتاريخ الاستحقاق بمعدل معين، فإذا تم تسديد المبالغ المدينة قبل موعد استحقاقها فيحصل المدين على خصم لقاء هذا التقديم الزمني لها.

7-2- أنواع الخصم:

كما تناولنا في الفائدة البسيطة بوجود نوعين من الفائدة البسيطة (التجارية والصحيحة) فكذلك بالنسبة للخصم يوجد نوعان (خصم تجاري وخصم صحيح).

7-2 -1- الخصم التجاري (Escompte commercial):

هذا النوع من الخصوم يحسب من القيمة الاسمية للورقة التجارية أو الدين أي أنه حاصل ضرب القيمة الاسمية في المدة في معدل الخصم وتُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{E_c = VN * n * t}$$

حيث:

E_C: الخصم التجارية؛

VN: القيمة الاسمية (Valeur nominale)؛

n: مدة الخصم؛

t: معدل الخصم.

- القيمة الاسمية(VN) : هي القيمة المستحقة الدافع في تاريخ معين؛
- مدة الخصم (n): هي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم؛
- معدل الخصم (t): هو نسبة مئوية تقتطع من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية.
- القيمة الحالية التجارية (VA_c): هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية وبين قيمة الخصم التجاري المتنازل عنه في تاريخ سابق التاريخ الاستحقاق.

$$VA_c = VN - E_c$$
$$\Rightarrow E_c = VN - VA_c$$
$$\boxed{\boldsymbol{E_c = VN - VA_c}}$$

– مثال:

في 25 ماي 2018 حرير المدين ورقة تجارية للدائن قيمتها الاسمية 25000 دج مستحقة يوم 15 سبتمبر 2018 وفي يوم 10 أوت 2018 تقدم الدائن للبنك من أجل خصم أو تطهير هذه الورقة التجارية، فوافق البنك على طلب الدائن مقابل معدل خصم أو قطع 5%.

- أوجد قيمة الخصم التجاري
- أوجد القيمة الحالية التي يتحصل عليها الدائن بعد خصم الورقة التجارية.

– الحل:

- ايجاد قيمة الخصم التجاري

المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم هي n حيث:

من 2018/08/10 إلى 2018/08/31	من 2018/09/01 إلى 2018/09/15
21 Jours	15 Jours
n = 21 + 15 = 36 Jours	

n = 21 + 15 = 36 Jours

$$E_c = \boldsymbol{VN * n * t}$$
$$\Rightarrow E_c = VN \cdot \frac{n}{360} \cdot \frac{t}{100}$$
$$\Rightarrow E_c = 25000 \cdot \frac{36}{360} \cdot \frac{5}{100}$$
$$\Rightarrow E_c = 125DA$$

– إيجاد القيمة الحالية التي تحصل عليها الدائن بعد خصم الورقة التجارية.

$$VA_c = VN - E_c$$
$$\Rightarrow VA_c = 25000 - 125$$

$$\Rightarrow VA_c = 24875 \text{ DA}$$

7-2-2- الخصم الصحيح (Escompte réel):

هذا النوع من الخصوم يُحسب من القيمة الحالية للورقة التجارية أو الدين أي أنه حاصل ضرب القيمة الحالية الصحيحة في المدة في معدل الخصم، ويُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{E_r = VA_r * n * t}$$

حيث:

E_r: الخصم الصحيح؛

VA_r: القيمة الحالية الصحيحة (Valeur actuelle réelle)؛

n: مدة الخصم؛

t: معدل الخصم.

ويُعطى كذلك الخصم الصحيح بالعلاقة الرياضية التالية:

$$E_r = \frac{VN.t.n}{1 + (t.n)}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{E_c}{1 + (t.n)}$$

$$\boxed{E_r = \frac{E_c}{1 + (t.n)}}$$

- **القيمة الحالية (VA)**: هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين وقيمة الخصم في التاريخ السابق لتاريخ استحقاق الدين أو الورقة التجارية.
- **مدة الخصم (n)**: هي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم.
- **معدل الخصم (t)**: هو نسبة مئوية تقتطع من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية.

القيمة الحالية الصحيحة ($VA_{réelle}$): هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية وبين قيمة الخصم الصحيح المتنازل عنه في تاريخ سابق التاريخ الاستحقاق.

$$VA_r = VN - E_r$$
$$\Rightarrow E_r = VN - VA_r$$

وتعطى كذلك القيمة الحالية الصحيحة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$VA_r = \frac{VN}{1 + (t.n)}$$

- مثال:

بتاريخ 10 نوفمبر 2018 قدمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 45000 دج للخصم، حيث تاريخ استحقاقها 15

فيفري2019 معدل خصم 5%.

- أحسب الخصم التجاري، والقيمة الحالية التجارية للورقة؛
- أحسب الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة للورقة.

– الحل:

- حساب الخصم التجاري:

$$E_c = VN \cdot \frac{n}{360} \cdot \frac{t}{100}$$

المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم n حيث:

من 2018/11/10 إلى 2018/11/30	من 2018/12/01 إلى 2018/12/31	من 2019/01/01 إلى 2019/01/31	من 2019/02/01 إلى 2019/02/18
20 Jours	31 Jours	31 Jours	18 Jours
n = 20+31+31+18 = 20 Jours			

$$E_c = VN \cdot \frac{n}{360} \cdot \frac{t}{100} = 45000 \cdot \frac{100}{360} \cdot \frac{5}{100}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c} = 625\text{DA}$$

- حساب القيمة الحالية التجارية للورقة:

$$VA_c = VN - E_c$$
$$\Rightarrow VA_c = 45000 - 625$$
$$\Rightarrow VA_c = 44375\ DA$$

- حساب الخصم الصحيح:

$$\Rightarrow E_r = \frac{E_c}{1 + (t.n)}$$
$$\Rightarrow E_r = \frac{625}{1 + \left(\frac{5}{100} \cdot \frac{100}{360}\right)}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_r = 616,44\ DA}$$

- حساب القيمة الحالية الصحيحة للورقة:

$$VA_r = VN - E_r$$
$$\Rightarrow VA_r = 45000 - 616{,}44$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VA_r = 44383,56\ DA}$$

7–3– العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح:

لدينا:

$$E_c = VN * n * t \dots\dots\dots (1)$$
$$E_r = VA_r * n * t \dots\dots\dots (2)$$

بقسمة المعادلة 1 على المعادلة 2 نجد:

$$\frac{E_c}{E_r} = \frac{VN * n * t}{VA_r * n * t}$$
$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = \frac{VN}{VA_r}$$
$$\Rightarrow VN = VA_r * \frac{E_c}{E_r}$$
$$\boldsymbol{VN = VA_r * \frac{E_c}{E_r}}$$

إذن فالقيمة الاسمية تساوي القيمة الحالية الصحيحة مضروب في حاصل قسمة الخصم التجاري على الخصم الصحيح.

أو: القيمة الحالية الصحيحة تساوي القيمة الاسمية مضروب في حاصل قسمة الخصم الصحيح على الخصم التجاري وفق الصيغ الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{VA_{réelle} = VN * \frac{E_r}{E_c}}}$$

ولدينا كذلك علاقة أخرى تربط الخصمين التجاري والصحيح كما يلي:

$$\frac{E_c}{E_r} = \frac{VN * n * t}{VA_r * n * t}$$
$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = \frac{VN}{VA_r}$$
$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = \frac{VN}{\frac{VN}{1 + (t.n)}}$$
$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = VN \cdot \frac{1 + (t.n)}{VN}$$
$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = 1 + (t.n)$$
$$\Rightarrow E_c = [1 + (t.n)] \cdot E_r$$
$$E_r = \frac{E_c}{1 + (t.n)}$$

بطرح المعادلة (1) من المعادلة (2):

$$E_c - E_r = VN * n * t - VA_r * n * t$$
$$\Rightarrow E_c - E_r = n * t(VN - VA_r)$$
$$\Rightarrow E_c - E_r = n.t.E_r$$
$$\boxed{\boldsymbol{E_c - E_r = n.t.E_r}}$$

- مثال:

ورقة تجارية تم قطها بمعدل 6 % قبل موعد استحقاقها بـ 60 يوم، فبلغ الخصم الصحيح 12 دج.

- أوجد الخصم التجاري والقيمة الاسمية للورقة التجارية؟

- الحل:

$$t = 6\%;\ n = 60J;\ E_r = 12DA$$
$$E_c = [1 + (t \cdot n)] \cdot E_r$$
$$\Rightarrow E_c = \left[1 + \left(\frac{t}{100} \cdot \frac{n}{360}\right)\right] \cdot E_r$$
$$\Rightarrow E_c = \left[1 + \left(\frac{6}{100} \cdot \frac{60}{360}\right)\right] \cdot 12$$
$$\Rightarrow E_c = 12{,}12DA$$
$$E_c = VN * n * t$$
$$\Rightarrow VN = \frac{E_c}{\frac{t}{100} \cdot \frac{n}{360}}$$
$$\Rightarrow VN = \frac{12{,}12}{\frac{6}{100} \cdot \frac{60}{360}}$$
$$\Rightarrow VN = \mathbf{1212\ DA}$$

- مثال:

إذا كان الفرق بين الخصمين التجاري والخصم الصحيح هو 20 دج، لورقة تجارية خصمت بمعدل 5 % قبل موعد استحقاقها بأربعة أشهر.

- أوجد الخصم التجاري، الخصم الصحيح والقيمة الاسمية للورقة التجارية؟

$$E_{com} - E_r = n \cdot t \cdot E_r$$
$$\Rightarrow 20 = n \cdot t \cdot E_r$$
$$\Rightarrow 20 = \frac{n}{12} \cdot \frac{t}{100} \cdot E_r$$
$$\Rightarrow 20 = \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{100} \cdot E_r$$
$$\Rightarrow 20 \cdot E_r = 20 \cdot 1200$$
$$\Rightarrow E_r = \mathbf{1200\ DA}$$
$$E_{\text{com}} - E_r = 20$$
$$\Rightarrow E_{com} = E_r + 20$$
$$\Rightarrow E_{\text{com}} = 1200 + 20 = 1220\ DA$$
$$E_c = VN * n * t$$

$$\Rightarrow VN = \frac{E_c}{n * t}$$

$$\Rightarrow VN = \frac{E_c}{\frac{n}{12} * \frac{t}{100}}$$

$$\Rightarrow VN = \frac{1220}{\frac{4}{12} * \frac{5}{100}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{VN = 73200\ DA}$$

– ملاحظات هامة:

- دائما الخصم التجاري يكون أكبر من الخصم الصحيح؛
- إذا لم يذكر في التمرين نوع الخصم، يفترض أنه خصم تجاري؛
- إذا كانت المدة بالأيام فيتم تحويلها إلى مدة سنوية وذلك بقسمة المدة بالأيام على 360 سواءً كان الخصم تجاري أو صحيح، أما إذا كانت المدة بالأشهر فيتم قسمتها على العدد 12؛
- تُحسب المدة بالفرق بين تاريخ السداد الفعلي وتاريخ الاستحقاق طبقاً للقاعدة التالية: (يوم السداد لا يُحسب أما يوم الاستحقاق يُحسب).

8– عناصر خصم الأوراق التجارية:

في حالة قيام البنك بخصم الورقة التجارية قبل موعد استحقاقها فإن البنك يقتطع مبلغ من القيمة الاسمية للدين (الورقة التجارية)، حيث تتحدد قيمة المبلغ المقتطع على القيمة الاسمية للورقة التجارية ومدة الخصم، فكلما كانت مدة الخصم أطول كلمة كانت قيمة المبلغ المقطع أكبر والعكس صحيح، كما تتحدد قيمة المبلغ المقتطع كذلك بمعدل الخصم فيزيد بزيادته وينقص بنقصانه، كما أن البنك لا يكتفي باقتطاع مبلغ الخصم من القيمة الاسمية للورقة التجارية وإنما هناك عناصر أخرى يقتطعهما البنك أثناء خصم الورقة التجارية هما:

- عمولة البنك؛
- مصاريف التحصيل.

– عمولة البنك:

وهي العمولة التي يتقاضاها البنك مقابل قيامه بدور الوسيط بين محرر الورقة التجارية والمستفيد، وتوفيره السيولة النقدية للمستفيد، وفي غالب الأحيان هذه العمولة تحسب كنسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة الاسمية للورقة التجارية، وبالتالي فإن عمولة البنك لا تأثر بمدة الخصم أو معدل الخصم.

– مصاريف التحصيل:

وهي مصاريف يتقاضاها البنك مقابل قيامه بتحصيل قيمة الورقة التجارية من المدين وبدون تدخل من المستفيد من هذه الورقة التجارية، وتحسب هذه المصاريف كنسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة الاسمية للورقة التجارية، وعادة ما يشترط وجود مبلغ ثابت كحد أمين كمصاريف تحصيل عن كل ورقة تجارية، ومن ثم لا يتأثر أيضاً هذا العنصر بمدة الخصم للورقة التجارية.

من خلال ما سبق يتضح أن البنك يقوم بخصم ثلاث عناصر مقابل قيامه بخصم الأوراق التجارية وهي:

- الخصم التجارية؛
- عمولة البنك؛
- مصاريف التحصيل.

ومجموع هذه العناصر يُطلق عليها اسم الأجيو (Agio) أي أن:

الأجيو = الخصم التجاري + عمولة البنك + مصاريف التحصيل

$$\boxed{\text{Agio} = E_{\text{com}} + \text{commissions}}$$

ويُطلق على صافي ما يسدده البنك للمستفيد مقابل خصم الورقة التجارية بـ: **صافي القيمة الحالية** أي أن:

$$\boxed{VA_{nette} = VN - Agio}$$

ويُشار إلى أن البنك يضيف عادةً يوم أو يومين كمهلة سداد إلى مدة الخصم التي يستخدمها البنك في حساب الخصم التجاري.

ومن الطبيعي أن معدل الخصم الإجمالي الذي حققه البنك سوف يزيد عن معدل الخصم المعلن ويطلق على معدل الخصم الإجمالي اسم **المعدل الحقيقي** (Taur réel)، في حين يُطلق على معدل الخصم بـ **المعدل الرسمي** (Tause nominal).

ويُحسب معدل الخصم الإجمالي أو المعدل الحقيقي للخصم وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{\text{Taux réel d'escompe} = \frac{\text{Agio}}{VN * Durée\ réelle}}$$

– مثال:

ورقة تجارية مستحقة يوم 8 جوان 2019 خُصمت لدى البنك الوطني الجزائري في 30 مارس 2019، فبلغ صافي الورقة التجارية 2451.84 دج بمعدل خصم 20 % وعمولة 0.1 % ومصاريف التحصيل $\frac{1}{8}$ % وكان البنك يضيف مهلة قدرها يومين عند حساب مدة الخصم.

- أحسب كل من القيمة الاسمية لهذه الورقة التجارية؛
- أحسب الخصم الإجمالي السنوي.

– الحل:

– حساب مدة الخصم:

2019/03/30 إلى 2019/03/31	2019/04/01 إلى 2019/04/30	20198/05/01 إلى 2019/05/31	2019/06-01 إلى 2019/06/08
01	30	31	08
n = 01 + 30 + 31 + 08 = 70 Jours			

يُضاف لمدة الخصم يومين كمهلة سداد فتصبح المدة: **n = 70 + 2 = 72 Jours**

القيمة الحالية الصافية المورقة التجارية تساوي 2451,84 دج

– حساب الخصم التجاري:

$$E_c = VN \cdot \frac{n}{360} \cdot \frac{t}{100}$$
$$\Rightarrow E_c = VN \cdot \frac{72}{360} \cdot \frac{20}{100}$$
$$\Rightarrow E_c = 0{,}04VN$$

– حساب عمولة البنك:

العمولة = القيمة الاسمية للورقة التجارية $\boldsymbol{X}$ نسبة العمولة

$$\text{Commission} = 0{,}1\frac{1}{100}\,\text{VN}$$
$$\Rightarrow \text{Commission} = 0{,}001 * VN$$

– حساب مصاريف التحصيل

$$\text{Commission} = \frac{1}{8}\frac{1}{1000}\ \text{VN}$$
$$\Rightarrow \text{Commission} = 0{,}000125 * VN$$

– حساب الأجيو:

الأجيو = الخصم التجاري + عمولة البنك + مصاريف التحصيل

$$\text{Agio} = \boldsymbol{E}_{\text{com}} + \text{commissions}$$
$$\Rightarrow \text{Agio} = 0{,}04\text{VN} + 0{,}001\text{VN} + 0{,}000125\text{VN}$$
$$\Rightarrow \text{Agio} = 0{,}04225\text{VN}$$
$$\boldsymbol{VA}_{\text{nette}} = \boldsymbol{VN - Agio}$$
$$\Rightarrow 2451{,}84 = VN - 0{,}04225\text{VN}$$
$$\Rightarrow VN(1 - 0{,}04225) = 2451{,}84$$
$$\Rightarrow 0{,}95775 * VN = 2451{,}84$$
$$\Rightarrow VN = 2560\text{DA}$$

– معدل الخصم الإجمالي:

$$\text{Taux réel d'escompte} = \frac{\text{Agio}}{VN * \text{ Durée réelle}}$$

$$\Rightarrow \text{Taux réel d'escompte} = \frac{0{,}04225\text{VN}}{VN * \frac{70}{360}}$$

$$\Rightarrow \text{Taux réel d'escompte} = 21{,}72\%$$

9 – تسوية الديون قصيرة الأجل (تكافؤ الأوراق التجارية أو استبدال الديون):

أحياناً لا يتمكن المدين أو المقترض من الوفاء بالتزاماته المتمثلة في تسديد ديونه في تاريخ الاستحقاق، وهذا يتفاوض مع دائنه من أجل تسوية ديونه عن طريق استبدال عدة أوراق تجارية بورقة واحدة جديدة، أو استبدال عدة أوراق تجارية بعدة أوراق تجارية أخرى، وتسوية الديون بين الطرفين (الدائن والمدين) تتم وفق قاعدة أن قيمة الديون القديمة في تاريخ استبدالها يجب أن تتساوى مع قيمة الديون الجديدة في ذلك التاريخ.

9–1– مفهوم تكافل الأوراق التجارية:

يقصد بتكافؤ الأوراق التجارية هو تساوي القيم الحالية لهذه الأوراق في تاريخ التسوية (تاريخ التكافؤ)، ويمكن للطرفين من القيام بتكافؤ ورقة تجارية مع ورقة تجارية أخرى أو عدة أوراق تجارية مع عدة أوراق تجارية أخرى شرط احترام ما يلي:

- معدلات الخصم يجب أن تكون متساوية ومشتركة؛
- حساب القيم الحالية للأوراق التجارية في نفس تاريخ التسوية أو تاريخ التكافؤ.

9–2– تكافؤ ورقتين تجاريتين:

يطلق مصطلح تكافؤ ورقتين تجاريتين في تاريخ معين (تاريخ التكافؤ) إذا تم خصم هاتين الورقتين في ذلك التاريخ بنفس معدل الخصم المطبق على الورقتين، وكانت القيمتين الحاليتين للورقتين متساوية.

ليكن لدينا:

VN_1، VN_2: القيم الاسمية للورقتين التجاريتين على التوالي.

n1، n2 : عدد الأيام المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقتين التجاريتين على التوالي.

$\boldsymbol{VA}_{\textbf{com 1}}\boldsymbol{VA}_{\textbf{com 2}}$: القيمتين الحاليتين التجاريتين للورقتين.

عند تاريخ التكافؤ تكون القيمتين الحاليتين التجاريتين متساويتين.

الورقتين التجاريتين متكافئتين يعني:

⬇

القيمة الحالية للورقة القديمة = القيمة الحالية للورقة الجديدة.

$$VA_{\text{com 1}} = VA_{\text{com 2}}$$
$$VN_1 - E_{\text{com 1}} = VN_2 - E_{\text{com 2}}$$
$$\Rightarrow VN_1 - VN_1 \cdot \frac{n_1}{360} \cdot \frac{t}{100} = VN_2 - VN_2 \cdot \frac{n_2}{360} \cdot \frac{t}{100}$$
$$\Rightarrow VN_1 \left(\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{n_1 \cdot t}}{\mathbf{36000}}\right) = \boldsymbol{VN_2} \left(\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{n_2 \cdot t}}{\mathbf{36000}}\right)$$

– مثال:

القيمة الاسمية الورقة تجارية هي 2000 دج مستحقة في 20 ماي 2019، وفي 05 ماي من نفس السنة اتفق المدين مع الدائن على تأجيل تاريخ الاستحقاق إلى غاية 15 جوان 2019. إذا كان معدل الخصم هو 4%. فما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

- الحل:

- مدة خصم الورقة القديمة هو 15 يوم (من 2019/05/05 إلى 2019/05/20).
- مدة خصم الورقة الجديدة هو 31 يوم (من 2019/05/05 إلى 2019/06/15).

$$VA_{\text{com 1}} = VA_{\text{com 2}}$$
$$\Rightarrow VN_1\left(1-\frac{n_1 \cdot t}{36000}\right) = VN_2\left(1-\frac{n_2 \cdot t}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow 2000\left(1-\frac{15*4}{36000}\right) = VN_2\left(1-\frac{31*4}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow VN_2 = 2003{,}5678 \textbf{ DA}$$

9-3- تكافؤ ورقة تجارية مع مجموع عدة أوراق تجارية أخرى:

نقول بأن ورقة تجارية متكافئة مع مجموع عدة أوراق تجارية أخرى في تاريخ معين، إذا كانت في هذا التاريخ القيمة الحالية التجارية للورقة التجارية متساوية لمجموع القيم الحالية التجارية للأوراق الأخرى، حيث هذا التاريخ يسمى تاريخ التكافؤ.

إذا كان لدينا ورقة تجارية ذات القيمة الاسمية VN وP من الأوراق التجارية ذات القيم الاسمية على التوالي: $VN_1, VN_2, \ldots\ldots, VN_P$ لديها فترات زمنية (مدد) بين تواريخ استحقاقها وتاريخ التكافؤ على التوالي: $n_1, n_2, \ldots\ldots, n_p$ فإن تكافؤ هذه الورقة مع مجموع هذه الأوراق التجارية يُعطى وفق الصيغة التالية:

$$\text{VN-}\ \frac{\text{VN.t.n}}{36000} = \left[\text{VN}_1 - \frac{\text{VN}_1.\text{t}.\text{n}_1}{36000} + \text{VN}_2 - \frac{\text{VN}_2.\text{t}.\text{n}_2}{36000} + \cdots \ldots\ldots + \text{VN}_\text{p} - \frac{\text{VN}_\text{p}.\text{t}.\text{n}_\text{p}}{36000}\right]$$

- مثال:

في 2019/06/15 اتفق مدين مع دائنه على تسديد ديونه المتمثلة في ثلاثة أوراق تجارية بواسطة ورقة تجارية وحيد مستحقة يوفر 10 جويلية 2019 وبواسطة معدل فائدة بسيطة 5% سنوياً. كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2000 دج، مستحقة يوم 30 جوان 2019؛
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 2500 دج، مستحقة يوم 15 جويلية 2019؛
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 4000 دج، مستحقة يوم 05 جويلية 2019؛

فما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة التجارية الجديدة؟

- الحل:

- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الجديدة هو 25 يوم؛
- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الأولى هو 15 يوم؛

- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الثانية هو 30 يوم؛
- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الثالثة هو 20 يوم.

$$VN-\frac{VN.t.n}{36000}=\left[\mathrm{VN}_1-\frac{\mathrm{VN}_1.\mathrm{t}^2}{36000}+\mathrm{VN}_2-\frac{\mathrm{VN}_2.\mathrm{t}.\mathrm{n}_2}{36000}+\cdots\ldots\ldots+\mathrm{VN}_\mathrm{p}-\frac{\mathrm{VN}_\mathrm{p}.\mathrm{tt}_\mathrm{p}}{36000}\right]$$

$$\Rightarrow \mathrm{VN}\text{-}\frac{\mathrm{VN}.\ 5^*25}{36000}=\left[2000-\frac{2000.5^*15}{36000}+2500-\frac{2500^*5^*30}{36000}+4000-\frac{4000^*5^*20}{36000}\right]$$

$$\Rightarrow \mathrm{VN}-0{,}003472*\mathrm{VN}=[1995{,}8333+2489{,}5833+3988{,}8888]$$

$$\Rightarrow 0,996528^*\mathrm{VN}=8474{,}3054$$

$$\Rightarrow \mathbf{VN}=\mathbf{8503},\mathbf{8307\ DA}$$

تمارين الفصل الأول

– التمرين الأول:

أودع أحد الأشخاص مبلغ 400 دج في أحد البنوك في 15 مارس 1992، فإذا كان البنك يمنح العملاء فائدة بسيطة صحيحة بمعدل سنوي 5%، وبمراجعة حساب هذا العميل في تاريخ معين، وجد أن البنك أضاف لحسابه فوائد مقدارها 4دج.

- أوجد التاريخ الذي أضيفت فيه هذه الفوائد لحساب العميل؟

– التمرين الثاني:

اقترض شخص مبلغ 14600 دج في أحد أيام سنة 1992، ولقد قام بدفع فوائد مقدارها 255.5 دج في 25 ماي 1992 للمقرض الذي حسب هذه الفوائد على أساس معدل فائدة سنوي قدره 6%.

- حدد تاريخ القرض؟

– التمرين الثالث:

أودع شخص مبلغين مختلفين بفائدة بسيطة في أحد البنوك، الأول بمعدل 4%، والثاني بمعدل 6%، فبلغ ما استحقه من فوائد سنوية 440 دج، إلا أنه قد اتضح هذا الشخص أنه لو كان قد أودع المبلغ الأول بمعدل 6% والثاني بمعدل 4% لاستحق فائدة سنوية يزيد قدرها عما استحقه أولاً بمقدار 120 دج.

- ما هي قيمة المبلغين؟

– التمرين الرابع:

بلغ نمر ثلاث مبالغ بتاريخ 10 جانفي 1991 قيمة 420000 دج، وكان معدل الفائدة التجارية 6 %، فإذا أودع المبلغ الأول بتاريخ 1990/12/21، وأودع المبلغ الثاني بتاريخ 1990/11/21، والمبلغ الثالث مجهول تاريخ الإبداع، وقد كانت فائدة المبلغ الأول تساوي نصف فائدة المبلغ الثاني، وقائدة المبلغ الثاني تساوي نصف فائدة المبلغ الثالث، وكانت قيمة المبلغ الثالث تساوي 4000 دج.

- ما هي قيمة بقية المبالغ؟
- هو تاريخ إيداع المبلغ الثالث؟

– التمرين الخامس:

مبلغان مجموعهما يساوي 2000 دج، أودعا بمعدلين مختلفين مجموعهما 22%، فكانت الفوائد السنوية للمبلغ الأول 120 دج، وللمبلغ الثاني 96 دج.

- أحسب معدلي الفائدة؟
- أحسب قيمة المبلغين؟

– التمرين السادس:

لو أستثمر مبلغ لمدة 120 يوم بمعدل 6% كفائدة بسيطة تجارية، وتُستثمر جملته بعد ذلك لمدة 146 يوم وبمعدل فائدة

بسيطة صحيحة 5%، لنتجت فائدة مقدارها 367,20 دج

- أوجد أصل المبلغ المستشعر؟

– التمرين السابع:

أقرض شخص مبلغ قيمته 300000 دج بمعدل فائدة t% بعد 4 أشهر دفع المقترض 120000 دج للمقرض الذي أودع هذا المبلغ مباشرة بمعدل 9%. وبعد مرور سنة من تاريخ القرض الأصلي لاحظ المقرض أن مبالغه قد وضعت بمعدل متوسط يقدر بـ $(t - 0.8)$%

- أحسب معدل الفائدة ع؟
- ما هو المبلغ الذي سيحصل عليه المقرض بعد سنة؟

– التمرين الثامن:

أودع شخص مبلغ 80000 دج في بنك معين بمعدل فائدة بسيطة t% وبعد سنتين سحب هذا المبلغ وفوائده وأودع الكل في بنك آخر بمعدل $(t + 2)$% وبعد 3 سنوات أصبح رصيده في البنك الثاني 130560 دج.

- أحسب معدل الفائدة؟

– التمرين التاسع:

الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لورقة تجارية تستحق بعد 60 يوم هو 2 دج، فما هي قيمتها الاسمية إذا كان معدل الخصم هو نفس المعدل الذي بلغ به خصم صحيح لورقة قيمتها الاسمية 12080 دج تُستحق بعد 40 يوم، مبلغ 80 دج.

– التمرين العاشر:

قدم شخص كمبيالتين للخصم لدى أحد البنوك بمبلغ 2400 دج، تُستحق الأولى بعد 90 يوم من الآن، والثانية تُستحق بعد 45 يوم، فبلغ الخصم التجاري 22.5 دج.

- أوجد القيمة الاسمية لكل ورقة إذا تعلم أن معدل الخصم التجاري هو 4.5 %؟

– التمرين الحادي عشر:

أودعا مبلغان ماليان في البنك لمدة سنة، مجموعهما 13200 دج، الأول يساوي $\frac{5}{6}$ من الثاني.

القيمة المكتسبة (الجملة) للمبلغ الأول تساوي 6300 دج بمعدل فائدة بسيطة أكبر بواحد (1) من معدل فائدة المبلغ الثاني.

- أحسب مبلغ رأس المال الأول؟
- أحسب معدلات الفائدة؟

– التمرين الثاني عشر:

إذا بلغ الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة 15 دج لمبلغ معين، أُستثمر لمدة 150 يوماً، بمعدل فائدة 6% سنوياً.

- أوجد قيمة هذا المبلغ؛

- التمرين الثالث عشر:

يملك شخص في محفظته الاستثمارية أوراق تجارية قيمها الاسمية على شكل متوالية حسابية (Progression anthmetique) ذات الأساس 3000 دج. مع العلم أن قيمة الورقة التجارية الأولى هو 8000 دج، ومجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية هو 93000 دج.

- ما هو عدد الأوراق التجارية؟
- ما هي القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية؟

- التمرين الرابع عشر:

استثمر تاجر مبلغاً في الفترة من 2017/04/01 إلى 2017/06/20 بمعدل 9% سنوياً، وكان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة 8 دج لنفس المدة ونفس المعدل.

- أوجد أصل المبلغ؟

- التمرين الخامس عشر:

يودع شخص في البنك الوطني الجزائري في بداية كل شهرين مبلغاً معين وقد وجد أن جملة ما يستحقه في نهاية السنة 1570 دج. فإذا كان معدل الفائدة البسيطة 8%. فما هي قيمة الدافعة المتساوية التي يودعها؟

- التمرين السادس عشر:

اقترضت شركة ما مبلغان من المال، مجموعهما يساوي 62000 دج من بنكان مختلفان، المبلغ الأول بمعدل فائدة بسيطة 5,5% سنوياً ولمدة 90 يوم، والمبلغ الثاني بمعدل قائدة بسيطة 5% سنوياً ولمدة 120 يوم.

إذا علمت أن:

$$I_1 - I_2 = 122{,}5DA$$
$$12C_1 = 19C_2$$

- أحسب المبلغان المقترضان؟
- أحسب جملة المبلغ الأول والثاني؟
- بعد كم من يوم تصبح جملة المبلغ الأول تساوي 38855 دج بمعدل فائدة 5 % سنوياً؟

- التمرين السابع عشر:

بتاريخ 2018/10/21 أرسلت المؤسسة إلى البنك الوطني الجزائري كمبيالتين من أجل الخصم بمعدل 5 %، الكمبيالة الأولى تاريخ استحقاقها 2018/12/05 والكمبيالة الثانية 2018/12/20. إذا علمت أن:

$$\mathrm{E}_{c1} = \frac{10}{6}\mathrm{E}_{c2}$$
$$VN_1 = VN_2 + 6000$$

- حدد القيمة الاسمية للكمبيالتين؟
- أحسب الخصم التجاري والقيمة الحالية لكل كمبيالة؟

- التمرين الثامن عشر:

بتاريخ 14 جوان 2018 أرسلت مؤسسة إلى بنك الفلاحة والتنمية الريفية سندي أمر، السند الأول تاريخ استحقاقه 03 أوت 2019 والسند الثاني تاريخ استحقاقه 14 جويلية. إذا علمت أن:

$$E_{c1} \cdot E_{c2} = 180DA$$
$$E_{c1} + E_{c2} = 27DA$$

- أحسب قيمة خصم السندين؟
- أحسب القيمة الاسمية للسندين؟

- التمرين التاسع عشر:

استثمر شخص رأسماله وذلك بإيداعه في البنك بمعدلات فائدة كما يلي:

- $\frac{1}{3}$ من المبلغ قام بإيداعه في البنك (A) بمعدل فائدة 1.5%؛
- $\frac{1}{3}$ من المبلغ قام بإيداعه في البنك (B) بمعدل فائدة 2%؛
- $\frac{1}{3}$ من المبلغ قام بإبداعه في البنك (C) بمعدل قائدة 2.5%؛

في نهاية 90 يوم من الإبداع تحصل على فوائد بسيطة على مبالغه قدرت بـ 24 دج.

- حدد المبلغ المستثمر؟

- التمرين العشرين:

أودع شخص مبلغ مالي قدره 65700 دج لمدة 150 يوم، فبلغ مجموع الفائدة التجارية والصحيحة 7612.5 دج

- أحسب معدل الفائدة المطبق على المبلغ؟
- أحسب الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية؟

نفس المبلغ المودع طبقت عليه فائدة بمعدل يزيد عن المعدل السابق بـ: 2% ولنفس المدة،

- أحسب جملته بالفائدة الحقيقية؟
- أحسب المبلغ الذي يُعطي فائدة تجارية تساوي الفائدة الصحيحة في السؤال الأول، بإبداعه لمدة 150 يوم وبمعدل فائدة 18%؟

- التمرين الواحد والعشرين:

خصمت كمبيالة يوم 25 أوت من سنة 2019 بمعدل 9% سنوياً، فبلغت القيمة الحالية التجارية لهذه الكمبيالة 7868 دج، أما إذا قُطعت هذه الكمبيالة 30 يوم قبل تاريخ استحقاقها لكانت قيمة الخصم التجاري أقل بـ 72 دج عن قيمة الخصم التجاري الأول.

- أحسب القيمة الاسمية للكمبيالة؟
- أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة؟

حلول تمارين الفصل الأول

- التمرين الأول:

لدينا المعطيات التالية:

$C = 400\ DA \qquad t = 5\% \qquad I_{Entier} = 4\ DA$

تاريخ إيداع المبلغ هو: 1992/03/15

$$I_{\text{réel}} = \boldsymbol{C * t * n}$$

أولاً قبل حساب التاريخ الذي أضيفت فيه هذه الفوائد يجب حساب المدة n لأن المدة هي الفرق بين فترتين أو تاريخين أي تاريخ الإبداع وتاريخ الحصول على الفوائد.

سنة 1992 هي سنة كبسية *(Année bissextile)* لأنها تقبل القسمة على العدد 4 وبالتالي فإن الصيغة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة الصحيحة تُعطى بالعلاقة التالية:

$$I = \frac{C * t * n}{36600} = 4 \Leftrightarrow 4 = \frac{400 * 5 * n}{36600}$$
$$\Rightarrow 20\text{n} = 1464$$
$$\Rightarrow \text{n} = 73{,}2 \text{ Jours} \cong 74 \text{ Jours}$$

←		
من 1992/03/15 إلى 1992/03/31	من 1992/04/01 إلى 1992/04/30	من 1992/05/01 إلى 1992/05/28
16 يوم	30 يوم	بقيت 28 يوم
$n = 16 + 30 + 28 = 74$ *Jours*		

إذن التاريخ الذي أُضيفت فيه هذه الفوائد لحساب العميل هو 1992/05/28

- التمرين الثاني:

لدينا المعطيات التالية:

$C = 14600\ DA \qquad t = 6\% \qquad I = 255.5\ DA$

تاريخ تسديد الفوائد هو 1992/05/25

$$\mathbf{I} = \mathbf{C} * \boldsymbol{t} * \boldsymbol{n}$$

أولاً قبل حساب تاريخ القرض يجب حساب المدة n لأن المدة هي الفرق بين فترتين أو تاريخين أي تاريخ القرض وتاريخ تسديد الفوائد.

ما دام أنه لم يذكر طبيعة الفائدة البسيطة إذن فإن الفائدة البسيطة المطبقة هي فائدة تجارية أي عدد أيام السنة هو 360 يوم.

$$I = \frac{C * t * n}{36000} = 255{,}5 \Leftrightarrow 255{,}5 = \frac{14600 * 6 * n}{36000}$$
$$\Rightarrow 876n = 91980$$
$$\Rightarrow n = 105 \text{ Jours}$$

من 1992/05/01 إلى 1992/05/25	من 1992/04/01 إلى 1992/04/30	من 1992/03/01 إلى 1992/03/31	من 1992/02/10 إلى 1992/02/29
25 يوم	30 يوم	31 يوم	19 يوم
$n = 25 + 31 + 30 + 19 = 105$ *Jours*			

إذن تاريخ القرض هو: 1992/02/10.

– التمرين الثالث:

$$\text{Cas 1: } \begin{cases} C_1 = ?; & t_1 = 4\% \\ C_2 = ? & t_2 = 6\% \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 440DA \ldots\ldots(1)$$

$$\text{Cas 2: } \begin{cases} C_1 = ?; & t_1 = 6\% \\ C_2 = ? & t_2 = 4\% \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 440 + 120 = 560\text{D} \ldots\ldots(2)$$

– حساب قيمة المبلغين:

من المعادلة رقم (1) نجد:

$$I = I_1 + I_2 = 440 \Leftrightarrow C_1 \frac{t_1}{100} * n_1 + C_2 \frac{t_2}{100} * n_2 = 440$$
$$\Rightarrow C_1 \frac{4}{100} * 1 + C_2 \frac{6}{100} * 1 = 440$$
$$\Rightarrow 0{,}04C_1 + 0{,}06C_2 = 440$$
$$\Rightarrow 0{,}04C_1 = 440 - 0{,}06C_2$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{440 - 0{,}06C_2}{0{,}04}$$
$$\Rightarrow C_1 = 11000 - 1{,}5C_2 \ldots\ldots\ldots(3)$$

من المعادلة رقم (2) نجد:

$$I = I_1 + I_2 = 560 \Leftrightarrow C_1 \frac{t_1}{100} * n_1 + C_2 \frac{t_2}{100} * n_2 = 560$$
$$\Rightarrow C_1 \frac{6}{100} * 1 + C_2 \frac{4}{100} * 1 = 560$$
$$\Rightarrow 0{,}06C_1 + 0{,}04C_2 = 560$$
$$\Rightarrow 0{,}06(11000 - 1{,}5C_2) + 0{,}04C_2 = 560$$
$$\Rightarrow 660 - 0{,}09C_2 + 0{,}04C_2 = 560$$
$$\Rightarrow -0{,}09C_2 + 0{,}04C_2 = 560 - 660$$
$$\Rightarrow -0{,}05C_2 = -100$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 2000}$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد:

$$\boldsymbol{C_1} = 11000 - 1{,}5 * 2000 = 11000 - 3000 = \boldsymbol{8000DA}$$

– التمرين الرابع:

نمر ثلاث مبالغ هو 420000 دج

$$\sum_{n}^{i=1} C_i n_i = 420000DA$$
$$\Rightarrow C_1 n_1 + C_2 n_2 + C_3 n_3 = 420000DA$$

حيث: C_1 قيمة المبلغ الأول C_2 قيمة لمبلغ الثاني C_3 قيمة المبلغ الثالث.

n_1 مدة المبلغ الأول n_2 مدة المبلغ الثاني n_3 مدة المبلغ الثالث

$$I_{\text{Global}} = \frac{\sum_{n}^{i=1} C_i n_i}{D} = \frac{\sum_{n}^{i=1} C_i n_i}{\frac{360}{t}} = \frac{420000}{\frac{360}{0,06}} = 70\text{DA}$$
$$\Rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 40 \ldots \ldots . . (1)$$

- **تحديد مدة المبلغ الأول:**

من 1990/12/21 إلى 1990/12/31	من 1991/01/01 إلى 1991/01/10
10 أيام	10 أيام
n_1 = 10 + 10 = 20 Jours	

- **تحديد مدة المبلغ الثاني:**

من 1990/11/21 إلى 1990/11/30	من 1990/12/01 إلى 1990/12/31	من 1991/01/01 إلى 1991/01/10
09 أيام	31 يوم	10 أيام
n_2 = 09 + 31 + 10 = 50 Jours		

المبلغ الثالث لا يمكن تحديده لأن تاريخ إيداعه مجهول.

$$I_1 = \frac{1}{2} I_2 \Rightarrow I_2 = 2I_1 \ldots \ldots \ldots (2)$$
$$I_2 = \frac{1}{2} I_3 \Rightarrow I_3 = 2I_2 = 4I_1 \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$
$$\Rightarrow I_1 + 2I_1 + 4I_1 = 70$$
$$\Rightarrow 7I_1 = 70$$
$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10 \\ I_2 = 20 \\ I_3 = 40 \end{cases}$$
$$I_1 = 10 \Leftrightarrow \frac{C_1 * n_1 * t}{36000} = 10$$
$$\Rightarrow 10 = \frac{C_1 * 20 * 6}{36000}$$
$$\Rightarrow 360000 = 120C_1$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_1 = 3000DA}$$
$$I_2 = 20 \Leftrightarrow \frac{C_2 * n_2 * t}{36000} = 20$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{C_2 * 50 * 6}{36000}$$
$$\Rightarrow 720000 = 300C_2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 2400DA}$$

- تحديد تاريخ إيداع المبلغ الثالث:

$$I_3 = 40 \Leftrightarrow \frac{C_3 * n_3 * t}{36000} = 40$$
$$\Rightarrow 40 = \frac{4000 * n_3 * 6}{36000}$$
$$\Rightarrow 24n_3 = 1440$$
$$\Rightarrow n_3 = 60 \text{ Jours}$$

إذن مدة المبلغ الثالث هي 60 يوم.

من 1990/11/11 إلى 1990/11/30	من 1990/12/01 إلى 1990/12/31	من 1991/01/01 إلى 1991/01/10
19 أيام	31 يوم	10 أيام
$n_3 = 19 + 31 + 10 = 60$ *Jours*		

تاريخ إيداع المبلغ الثالث هو 11 نوفمبر 1990.

- التمرين الخامس:

لدينا:

$$C_1 + C_2 = 2000 \ldots\ldots (1)$$
$$t_1 + t_2 = 0{,}22 \ldots\ldots (2)$$
$$I_1 = 120\ DA$$
$$I_2 = 96\ DA$$

- حساب معدلي الفائدة:

$$(1) \Leftrightarrow C_1 = 2000 - C_2 \ldots.\ldots (3)$$
$$(2) \Leftrightarrow t_1 = 0{,}22 - t_2 \ldots\ldots\ldots (4)$$
$$I_1 = 120 \Leftrightarrow C_1 n_1 t_1 = 120$$
$$\Leftrightarrow C_1 t_1 = 120 \Leftrightarrow C_1 = \frac{120}{t_1} \text{ ou } t_1 = \frac{120}{C_1}.\ldots.(5)$$
$$I_2 = 96 \Leftrightarrow C_2 n_2 t_2 = 96$$
$$\Leftrightarrow C_2 t_2 = 96 \Leftrightarrow C_2 = \frac{96}{t_2} \text{ ou } t_2 = \frac{96}{C_2}.\ldots.(6)$$
$$I_1 = 120 \Leftrightarrow C_1 n_1 t_1 = 120$$
$$\Rightarrow C_1 t_1 = 120$$
$$\Rightarrow (2000 - C_2)(0{,}22 - t_2) = 120$$
$$\Rightarrow 440 - 2000t_2 - 0{,}22C_2 + C_2 t_2 = 120$$
$$\Rightarrow 440 - 2000t_2 - 0{,}22C_2 + 96 = 120$$

$$\Rightarrow -2000t_2 - 0{,}22C_2 + 416 = 0$$
$$\Rightarrow -2000t_2 - 0{,}22\left(\frac{96}{t_2}\right) + 416 = 0$$
$$\Rightarrow -2000t_2 - \frac{21{,}12}{t_2} + 416 = 0 \dots \dots (7)$$

بضرب طرفي المعادلة (7) في t_2 نجد:

$$(7) \Leftrightarrow -2000t_2^2 - \frac{21{,}12}{t_2}t_2 + 416t_2 = 0$$
$$\Rightarrow 2000t_2^2 + 416t_2 - 12.12 \dots \dots \dots (8)$$

حلول هذه المعادلة هي حلول المميز:

$$\Delta = B^2 - 4AC$$
$$\Delta = (416)^2 - 4(-2000)(-21{,}12)$$
$$\Rightarrow \Delta = 173056 - 168960$$
$$\Rightarrow \Delta = 4096$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 64 \text{ ou } \sqrt{\Delta} = -64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{t} = \dfrac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-416 - 64}{-2 * 2000} = 0.012 = 12\% \\ \ddot{t} = \dfrac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-416 + 64}{-2 * 2000} = 0{,}088 = 8{,}8\% \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{t_2 = 12\% \Leftrightarrow t_1 = 10\%} \\ \boldsymbol{t_2 = 8{,}8\% \Leftrightarrow t_1 = 13{,}2\%} \end{cases}$$

- حساب قيمة المبلغين:

$$\begin{cases} t_1 = 10\% \Leftrightarrow C_1 = \dfrac{120}{t_1} = \dfrac{120}{0{,}1} = 1200DA \\ t_1 = 13{,}2\% \Leftrightarrow C_1 = \dfrac{120}{t_1} = \dfrac{120}{0{,}132} = 909{,}09 \end{cases}$$
$$\begin{cases} t_2 = 12\% \Leftrightarrow \boldsymbol{C_2} = \dfrac{\boldsymbol{96}}{\boldsymbol{t_2}} = \dfrac{\boldsymbol{96}}{\boldsymbol{0}, 12} = \boldsymbol{800DA} \\ t_2 = 8{,}8\% \Leftrightarrow \boldsymbol{C}_2 = \dfrac{\boldsymbol{96}}{\boldsymbol{t_2}} = \dfrac{\boldsymbol{96}}{\boldsymbol{0{,}088}} = 1090{,}90\text{D}\boldsymbol{A} \end{cases}$$

- التمرين السادس:

$t_1 = 6\%$; $n_1 = 120$ Jours ; $n_2 = 146$ Jours ; $t_2 = 5\%$; I = 367,20DA; C = ?

- حساب أصل المبلغ المستثمر C:

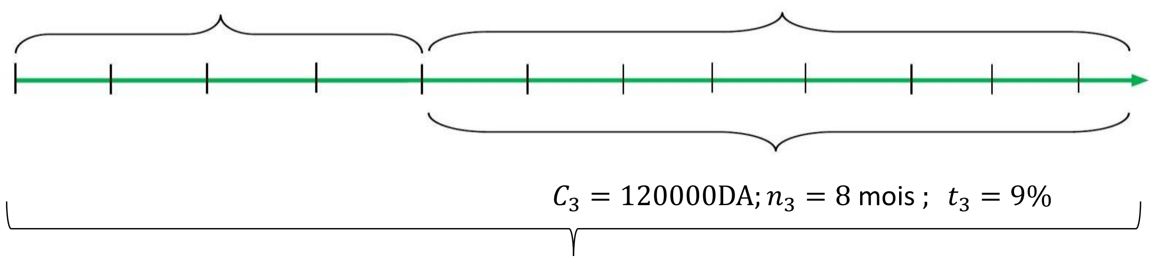
$$I_{\text{Commercial}} = \frac{C * n_1 * t_1}{36000}$$

$$I_{\text{entier}} = \frac{C * n_2 * t_2}{36500}$$
$$I_1 = \frac{C * 120 * 6}{36000} = 0{,}02C$$
$$A_1 = C + I_1 = C + 0{,}02C = 1{,}02C$$
$$I_2 = \frac{A_1 * n_2 * t_2}{36500} = 367{,}20$$
$$\Rightarrow \frac{1{,}02C * 146 * 5}{36500} = 367{,}20$$
$$\Rightarrow 744{,}6C = 13402800$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 18000\ \mathrm{DA}}$$

– التمرين السابع:

– حساب معدل الفائدة:

$C_1 = 300000\mathrm{DA}; n_1 = 4\mathrm{mois}\ ;\ \ t_1 = t = ?$ $C_2 = 180000\mathrm{DA}; n_2 = 8\ \mathrm{mois}\ ;\ \ t_2 = t = ?$



$C_3 = 120000\mathrm{DA}; n_3 = 8\ \mathrm{mois}\ ;\ \ t_3 = 9\%$

$C = 300000\mathrm{DA}; \mathrm{n} = 1\mathrm{an}; t = (t - 0{,}8)\%$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$
$$\Rightarrow I = \frac{C_1 * n_1 * t_1}{1200} + \frac{C_2 * n_2 * t_2}{1200} + \frac{C_3 * n_3 * t_3}{1200}$$
$$\Rightarrow C * \frac{(t - 0{,}8)}{100} * 1 = \frac{C_1 * n_1 * t_1}{1200} + \frac{C_2 * n_2 * t_2}{1200} + \frac{C_3 * n_3 * t_3}{1200}$$
$$\Rightarrow 300000 * \frac{(t - 0{,}8)}{100} = \frac{300000 * 4 * t_1}{1200} + \frac{180000 * 8 * t_2}{1200} + \frac{120000 * 8 * 9}{1200}$$
$$\Rightarrow 3000t - 2400 = 1000t_1 + 1200t_2 + 7200$$
$$\Rightarrow 3000t = 1000t + 1200t + 9600$$
$$\Rightarrow 800t = 9600$$
$$\Rightarrow t = 12\%$$

– حساب المبلغ الذي سيحصل عليه المقرض بعد سنة أي حساب الجملة:

$$A = C + I$$

$$A = 300000 + 300000 * \frac{(12 - 0,8)}{100} = 300000 + 33600 = 333600DA$$

– التمرين الثامن:

البنك **B**	البنك **A**
$C_2 = A_1 = 80000 + 1600t$	$C_1 = 80000DA$
$t_2 = (t+2)\%$	$t_1 = t = ?$
$n_2 = 3ans$	$n_1 = 2ans$
$A_2 = C_2 + I_1 = A_1 + A_1 * \frac{(t+2)\%}{100} * 3$ $= \mathbf{130560\ DA}$	$A_1 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 {}^* t}{100} * n_1 = 80000 + 80000^* \frac{t}{100} * 2$ $\Rightarrow A_1 = \mathbf{80000 + 1600\ t}$

$$A_2 = C_2 + I_1 = A_1 + A_1 * \frac{(t+2)\%}{100} * 3 = 130560$$

$$\Rightarrow 80000 + 1600t + (80000 + 1600t) * \frac{(t+2)}{100} * 3 = 130560$$

$$\Rightarrow 80000 + 1600t + 2400t + 4800 + 48t^2 + 96t = 130560$$

$$\Rightarrow 48t^2 + 4096t - 45760 = 0$$

حلول هذه المعادلة هي حلول المميز

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Rightarrow \Delta = (4096)^2 - 4 * 48(-45760)$$

$$\Rightarrow \Delta = 16777216 + 8785920$$

$$\Rightarrow \Delta = 25563136$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5056 \text{ ou } \sqrt{\Delta} = -5056$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{t} = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-4096 - 5056}{96} < 0 \text{ Refusée} \\ \ddot{t} = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-4096 + 5056}{96} = \mathbf{10\%\ Acceptée} \end{cases}$$

إذن معدل الفائدة يساوي 10 %.

– التمرين التاسع:

الورقة التجارية 2	الورقة التجارية 1
$VN_2 = 12080DA$	$VN_2 = 12080DA$
$t_2 = t_2 = t\%$	$t_1 = t_2 = t\%$
$n_2 = 40$	$n_1 = 60$
$n_1 = 60$	$VA_1 = ?$
$E_2 = 80$	$E_c - E_1 = 2$

من معطيات الورقة الثانية نجد:

$$E_2 = VN_2 - VA_2 = 80$$

$$\Rightarrow 12080 - VA_2 = 80$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{VA_2 = 12000\ DA}$$

$$E_2 = \boldsymbol{VA_2} * \frac{n_2}{360} * \frac{t_2}{100} = 80$$
$$\Rightarrow 12000 * \frac{40}{360} * \frac{t_2}{100} = 80$$
$$\Rightarrow 480000t = 2880000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 6\% = t_1}$$
$$E_c - E_1 = 2 \Rightarrow VN_1 * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} - VA_1 * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} = 2$$
$$\Rightarrow \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100}(VN_1 - VA_1) = 2$$
$$\Rightarrow \frac{60}{360} * \frac{6}{100} * E_1 = 2$$
$$\Rightarrow 0{,}01E_1 = 2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_1 = 200\ DA}$$
$$E_c - E_1 = 2 \Leftrightarrow E_c - 200 = 2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c = 202\ DA}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c} = VN_1 * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} = 202$$
$$\Rightarrow VN_1 * \frac{60}{360} * \frac{6}{100} = 202$$
$$\Rightarrow 0{,}01 * VN_1 = 202$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1 = 20200DA}$$

– **التمرين العاشر:**

$$\mathrm{VN_1} + \mathrm{VN_2} = 2400\mathrm{DA} \Rightarrow \mathrm{VN_1} = 2400 - \mathrm{VN_2} \ldots\ldots (1)$$
$$E_c = E_{c1} + E_{c2} = 22{,}5 \ldots\ldots (2)$$
$$n_1 = 90 \text{ Jours} : n_2 = 45 \text{ Jours} ; t_1 = t_2 = 4{,}5\%$$

– إيجاد القيمة الاسمية لكل ورقة:

$$(2) \Leftrightarrow E_c = \mathrm{VN_1} * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} + \mathrm{VN_2} * \frac{n_2}{360} * \frac{t_2}{100} = 22{,}5$$
$$\Rightarrow (2400 - \mathrm{VN_2}) * \frac{90}{360} * \frac{4{,}5}{100} + \mathrm{VN_2} * \frac{45}{360} * \frac{4{,}5}{100} = 22{,}5$$
$$\Rightarrow 27 - 0{,}01125\mathrm{VN_2} + 0{,}005625\mathrm{VN_2} = 22{,}5$$
$$\Rightarrow -0{,}005625\mathrm{VN_2} = -4{,}5$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{VN}_2 = 800 \\ \mathbf{VN_1} = 1600 \end{cases}$$

– **التمرين الحادي عشر:**

$$C_1 + C_2 = 13200DA \ldots\ldots (1)$$
$$C_1 = \frac{5}{6}C_2 \ldots\ldots (2)$$
$$A_1 = 6300DA$$
$$t_1 = t_2 + 1 \ldots\ldots (3)$$

- حساب مبلغ رأس المال C_1:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{5}{6}C_2 + C_2 = 13200\,DA$$
$$\Rightarrow \frac{11}{6}C_2 = 13200$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 7200\,DA}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_1 = 6000\,DA}$$

- حساب معدلات الفائدة:

$$A_1 = C_1 + I_1 = 6300DA$$
$$\Rightarrow A_1 = 6000 + C_1 * \frac{t_1}{100} * 1 = 6300DA$$
$$\Rightarrow 6000 + 6000 * \frac{t_1}{100} * 1 = 6300\text{DA}$$
$$\Rightarrow 6000 + 60t_1 = 6300$$
$$\Rightarrow 60t_1 = 300$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 5\%}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 6\%}$$

– التمرين الثاني عشر:

$$I_{\text{Com}} - I_{\text{entier}} = 15; \qquad \text{C} = ?, \qquad \text{n} = 150 \text{ Jours}, \qquad \text{t} = 6\%$$

لدينا من بين العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة ما يلي:

$$I_{\text{Com}} = 72(I_{\text{Com}} - I_{\text{entier}})$$
$$\Rightarrow I_{\text{Com}} - I_{\text{entier}} = \frac{I_{\text{Com}}}{72}$$
$$\Rightarrow 15 = \frac{I_{\text{Com}}}{72}$$
$$\Rightarrow I_{Com} = 1080DA$$
$$\Rightarrow C * \frac{n}{360} * \frac{t}{100} = 1080$$
$$\Rightarrow C * \frac{150}{360} * \frac{6}{100} = 1080$$
$$\Rightarrow 0{,}025 * C = 1080$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 43200\,DA}$$

– التمرين الثالث عشر:

لدينا المعطيات التالية:

$$\text{S} = 93000\text{DA} = \sum \text{VN}; \text{VN}_1 = 8000\text{DA};\ \text{r} = 3000;$$

مجموع متتالية حسابية يعطى بالعلاقة التالية:

$$S = \frac{n}{2}[2t_1 + (n-1)r] \ldots\ldots\ldots (1)$$

n: عدد حدود المتتالية الحسابية

t_1 : الحد الأول

r : الأساس

$$(1)\ \Leftrightarrow 93000=\frac{n}{2}(2*8000+(n-1)3000)$$
$$\Rightarrow 93000=\frac{n}{2}(16000+3000n-3000)$$
$$\Rightarrow 93000=\frac{n}{2}(3000n+13000)$$
$$\Rightarrow 93000=1500n^2+6500n$$
$$\Rightarrow 1500n^2+6500n-93000=0$$
$$\Rightarrow 15n^2+65n-930=0\ .... (2)$$

حلول المعادلة (2) هي حلول المميز:

$$\Delta=B^2-4AC$$
$$\Rightarrow \Delta=(65)^2-4(15)(-930)$$
$$\Rightarrow \Delta=4225+55800$$
$$\Rightarrow \Delta=60025$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=245 \text{ ou } \sqrt{\Delta}=-245$$
$$\Rightarrow \begin{cases} n_1=\dfrac{-B-\sqrt{\Delta}}{2A}=\dfrac{-65-425}{2*15}<0 \text{ Refusée} \\ n_2=\dfrac{-B+\sqrt{\Delta}}{2A}=\dfrac{-65+425}{2*15}=6 \text{ Termes} \end{cases}$$

إذن عدد حدود هذه المتتالية الحسابية هو (06) حدود، وبالتالي فإن عدد الأوراق التجارية هو ستة أوراق.

$$\begin{cases} \mathrm{VN}_1=8000\mathrm{DA} \\ \mathrm{VN}_2=\mathrm{VN}_1+\mathrm{r}=8000+3000=11000\ \mathrm{DA} \\ \mathrm{VN}_3=\mathrm{VN}_2+\mathrm{r}=11000+3000=14000\ \mathrm{DA} \\ \mathrm{VN}_4=\mathrm{VN}_3+\mathrm{r}=14000+3000=17000\ \mathrm{DA} \\ \mathrm{VN}_5=\mathrm{VN}_4+\mathrm{r}=17000+3000=20000\ \mathrm{DA} \\ \mathrm{VN}_6=\mathrm{VN}_5+\mathrm{r}=20000+3000=23000\ \mathrm{DA} \end{cases}$$

- **التمرين الرابع عشر**:

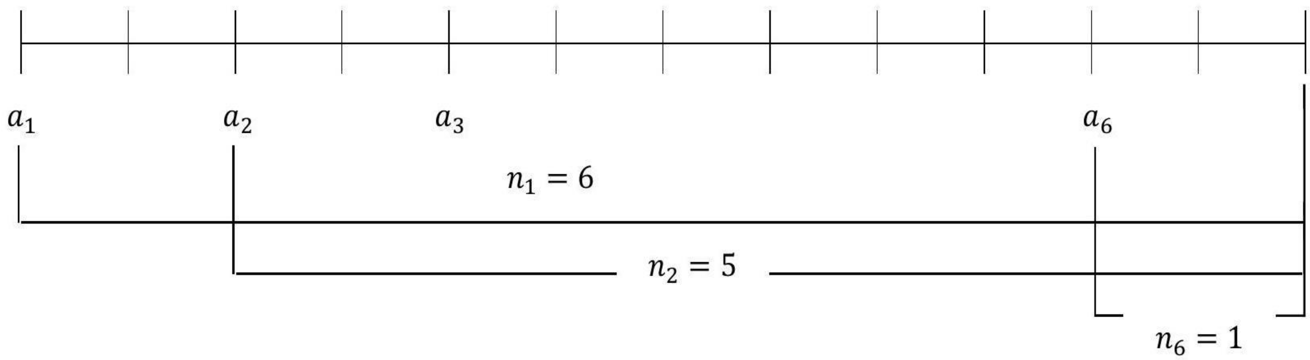
$$t=9\%;\ I_{\text{com}}-I_{\text{réel}}=8$$
$$\mathrm{n}=29+31+20=80 \text{ Jours}$$
$$I_{\text{com}}=73(I_{\text{com}}-I_{\text{réel}})$$
$$I_{\text{com}}-I_{\text{réel}}=8\Rightarrow 73(I_{\text{com}}-I_{\text{réel}})=8*73=584$$
$$\Rightarrow 73(I_{\text{com}}-I_{\text{réel}})=I_{\text{com}}=584$$
$$\Rightarrow I_{\text{com}}=584$$
$$\Rightarrow c\cdot\frac{n}{360}\cdot\frac{t}{100}=584$$

$$\Rightarrow c \cdot \frac{80}{360} \cdot \frac{9}{100} = 584$$
$$\Rightarrow 0{,}02C = 584$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 29200\ DA}$$

– التمرين الخامس عشر:

– إيجاد قيمة الدفعات المتساوية:

نوع الدفعات هي دفعات متساوية فورية (أي في بداية كل شهرين)



$$a_1 = a_2 = a_3 = \cdots \ldots \ldots = a_6 = ?\, DA$$
$$\sum_{k}^{i=1} a_i = a.n = a * 6 = 6a$$
$$A = 1570DA;\ t = 8\%$$
$$A = \sum_{i=1}^{6} a_i + \sum_{i=1}^{6} I_i = 1570$$
$$\sum_{i=1}^{6} I_i = a \cdot \frac{t}{100} \cdot \frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_2}{6}\right) = a\frac{8}{100} \cdot \frac{6}{2}\left(\frac{6+1}{6}\right)$$
$$\sum_{i=1}^{6} I_i = 0{,}28a$$
$$A = \sum_{i=1}^{6} a_i + \sum_{i=1}^{6} I_i = 1570 \Rightarrow 6a + 0{,}28 = 6{,}28a$$
$$\Rightarrow 6{,}28a = 1570$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{a = 250\ DA}$$

– التمرين السادس عشر:

$$C_1 + C_2 = 62000DA$$
$$t_1 = 5{,}5\%; \quad t_2 = 5\%; \quad n_1 = 90\text{ J}; \quad n_2 = 120\text{ J}$$
$$I_1 - I_2 = 122{,}5;\ C_1 = \frac{19}{12}C_2;$$

$$\Rightarrow C_1 \cdot \frac{t_1}{100} \cdot \frac{n_1}{360} - C_2 \cdot \frac{t_2}{100} \cdot \frac{n_2}{360} = 122{,}5$$
$$\Rightarrow C_1 \cdot \frac{5{,}5}{100} \cdot \frac{900}{360} - C_2 \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{120}{360} = 122{,}5$$
$$\Rightarrow C_1 \cdot \frac{5{,}5}{100} \cdot \frac{900}{360} - C_2 \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{120}{360} = 122{,}5$$
$$\Rightarrow \frac{495}{36000} \cdot \frac{19}{12} C_2 - \frac{600}{36000} C_2 = 122{,}5$$
$$\Rightarrow \frac{783{,}75}{36000} C_2 - \frac{600}{36000} C_2 = 122{,}5$$
$$\Rightarrow \frac{183{,}75}{36000} C_2 = 122{,}5$$
$$\Rightarrow 183{,}75 C_2 = 4410000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 24000\ DA}$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{12}} \boldsymbol{C_2 = 38000\ DA}$$

- حساب جملة المبلغ الأول والثاني:

$$A_1 = C_1 + I_1$$
$$\Rightarrow A_1 = C_1 + C_1 \cdot \frac{t_1}{100} \cdot \frac{n_1}{360}$$
$$\Rightarrow A_1 = 38000 + 38000 \cdot \frac{5{,}5}{100} \cdot \frac{90}{360}$$
$$\Rightarrow A_1 = 38000 + 522{,}5$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{A_1 = 38522, 5\ DA}$$
$$A_2 = C_2 + I_2$$
$$\Rightarrow A_2 = C_2 + C_2 \cdot \frac{t_2}{100} \cdot \frac{n_2}{360}$$
$$\Rightarrow A_1 = 24000 + 24000 \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{120}{360}$$
$$\Rightarrow A_1 = 24000 + 400$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{A_1 = 24400\ DA}$$

- بعد كم يوم تصبح جملة المبلغ الأول تساوي 38855 دج بمعدل فائدة 5% سنوياً:

$$A_1 = C_1 + I_1 = 38855$$
$$\Rightarrow A_1 = C_1 + C_1 \cdot \frac{t_1}{100} \cdot \frac{n_1}{360} = 38855$$
$$\Rightarrow 38000 + 38000 \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{n_1}{360} = 38855$$

$$\Rightarrow 38000 + \frac{190}{36} n_1 = 38855$$

$$\Rightarrow \frac{190}{36} n_1 = 855$$
$$\Rightarrow n_1 = 162 \text{ Jours}$$

– التمرين السابع عشر:

– تحديد القيمة الاسمية للكمبيالتين:

$$n_1 = 10 + 30 + 5 = 45 \text{ J}$$
$$n_2 = 10 + 30 + 20 = 60 \text{ J}$$
$$E_{c2} = \frac{10}{6} E_{c1} \dots\dots (1)$$
$$VN_2 = VN_1 + 6000 \dots\dots\dots (2)$$
$$(1) \Leftrightarrow VN_2 \frac{t_2}{100} \cdot \frac{n_2}{360} = \frac{10}{6} \cdot VN_1 \frac{t_1}{100} \cdot \frac{n_1}{360}$$
$$\Rightarrow VN_2 \frac{5}{100} \cdot \frac{60}{360} = \frac{10}{6} \cdot VN_1 \frac{5}{100} \cdot \frac{45}{360}$$
$$\Rightarrow \frac{300}{36000} VN_2 = \frac{2250}{6} \cdot \frac{1}{36000} VN_1$$
$$\Rightarrow 300VN_2 = \frac{2250}{6} VN_1$$
$$\Rightarrow 300(VN_1 + 6000) = \frac{2250}{6} VN_1$$
$$\Rightarrow 300VN_1 + 1800000 = \frac{2250}{6} VN_1$$
$$\Rightarrow 75VN_1 = 1800000$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{VN_1 = 24000\ DA} \\ \boldsymbol{VN_2 = 30000\ \text{DA}} \end{cases}$$

– حساب الخصم التجاري والقيمة الحالة لكل كمبيالة:

$$E_{c1} = VN_1 \frac{t_1}{100} \cdot \frac{n_1}{360}$$
$$\Rightarrow E_{c1} = 24000 \frac{5}{100} \cdot \frac{45}{360} = 5400\text{DA}$$
$$E_{c2} = VN_2 \frac{t_2}{100} \cdot \frac{n_2}{360}$$
$$\Rightarrow E_{c1} = 30000 \frac{5}{100} \cdot \frac{60}{360} = \mathbf{9000DA}$$
$$VA_{c1} = VN_1 - E_{c1}$$
$$\Rightarrow VA_{c1} = 24000 - 5400 = 18600DA$$
$$VA_{c2} = VN_2 - E_{c2}$$
$$\Rightarrow VA_{c2} = 30000 - 9000 = \boldsymbol{21000DA}$$

– التمرين الثامن عشر:

– حساب قيمة خصم السندين:

$$n_1 = 16 + 31 + 3 = 50\ J$$
$$n_2 = 16 + 14 = 30\ J$$
$$E_{c1} + E_{c2} = 27 \ldots\ldots(1)$$
$$E_{c1}.E_{c2} = 180 \ldots\ldots(2)$$
$$(2) \Leftrightarrow E_{c1} = \frac{180}{E_{2c2}}$$
$$(1) \Leftrightarrow \frac{180}{E_{c2}} + E_{c2} = 27$$
$$\Rightarrow \frac{180 + E_{c2}}{E_{c2}} = 27$$
$$\Rightarrow 180 + E_{c2} = 27E_{c2}$$
$$\Rightarrow E_{c2} - 27E_{c2} + 180 = 0 \ldots\ldots(3)$$

- حلول المعادلة (3) هي حلول المميز Δ:

$$\Delta = B^2 - 4AC$$
$$\Rightarrow \Delta = 27^2 - 4(1)(180)$$
$$\Rightarrow \Delta = 729 - 720$$
$$\Rightarrow \Delta = 9$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3 \text{ ou } \sqrt{\Delta} = -3$$
$$\Rightarrow \begin{cases} E'_{c2} = \dfrac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{27 - 3}{2} = 12 \\ \ddot{E}_{c2} = \dfrac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{27 + 3}{2} = 15 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} E_{c2} = 12 \\ E_{c2} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_{c1} = 15 \\ E_{c1} = 12 \end{cases}$$

- حساب القيمة الاسمية للسندين:

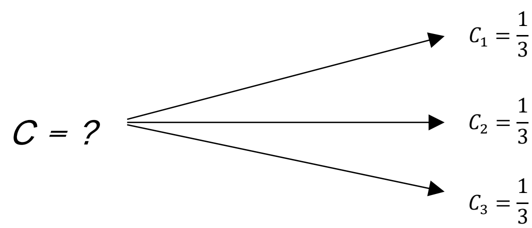
$$E_{c1} = 15 \Rightarrow VN_1 \frac{t}{100} \cdot \frac{n_1}{360} = 15$$
$$\Rightarrow VN_1 \frac{9}{100} \cdot \frac{50}{360} = 15$$
$$\Rightarrow 0{,}0125\ VN_1 = 15$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1 = 1200\ DA}$$
$$E_{c1} = 12 \Rightarrow VN_1 \frac{t}{100} \cdot \frac{n_1}{360} = 12$$
$$\Rightarrow VN_1 \frac{9}{100} \cdot \frac{50}{360} = 12$$
$$\Rightarrow 0{,}0125VN_1 = 12$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1 = 960\ DA}$$
$$E_{c2} = 12 \Rightarrow VN_2 \frac{t}{100} \cdot \frac{n_2}{360} = 12$$
$$\Rightarrow VN_2 \frac{9}{100} \cdot \frac{30}{360} = 12$$

$$\Rightarrow 0{,}0075VN_2 = 12$$
$$\Rightarrow VN_2 = \mathbf{1600\ DA}$$
$$E_{c2} = 15 \Rightarrow VN_2 \frac{t}{100} \cdot \frac{n_2}{360} = 15$$
$$\Rightarrow VN_2 \frac{9}{100} \cdot \frac{30}{360} = 15$$
$$\Rightarrow 0{,}0075VN_2 = 15$$
$$\Rightarrow VN_2 = \mathbf{1600\ DA}$$

– التمرين التاسع عشر:

– إيجاد قيمة المبلغ المستثمر:

$t_1 = 1.5\%$ $n_1 = 90$
$t_2 = 2\%$ $n_1 = 90$
$t_3 = 2.5\%$ $n_1 = 90$



$$I_{global} = I_1 + I_2 + I_3 = 24$$
$$\Rightarrow C_1.\frac{n_1}{360}.\frac{t_1}{100} + C_2.\frac{n_2}{360}.\frac{t_1}{100} + C_3.\frac{n_3}{360}.\frac{t_3}{100} = 24$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}C.\frac{n_1}{360}.\frac{t_1}{100} + \frac{1}{3}C.\frac{n_2}{360}.\frac{t_1}{100} + \frac{1}{3}C.\frac{n_3}{360}.\frac{t_3}{100} = 24$$
$$\Rightarrow 0.00125\ C + 0.001667C + 0.00208333C = 24$$
$$0.005C = 24$$
$$\Rightarrow\ \boldsymbol{C = 4800\ DA}$$

– التمرين العشرون:

– حساب معدل الفائدة المطبق على المبلغ:

$C = 65700DA;$ $n = 150$ J
$I_{\text{commercial}} + I_r = 7612{,}5 \dots\dots (1)$
$$\Rightarrow C.\frac{n}{360}.\frac{t}{100} + C.\frac{n}{365}.\frac{t}{100} = 7612.5$$
$$\Rightarrow 65700 \cdot \frac{150}{360} \cdot \frac{t}{100} + 65700 \cdot \frac{150}{365} \cdot \frac{t}{100}$$
$$= 7612{,}5$$
$$\Rightarrow 273{,}75 \cdot t + 270 \cdot t = 7612{,}5$$
$$\Rightarrow 543{,}75 \cdot t = 7612{,}5$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t = 14}\%$$

- حساب الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية:

$$I_{\text{commercial}} = C \cdot \frac{n}{360} \cdot \frac{t}{100}$$
$$\Rightarrow I_{\text{commercial}} = 65700 \cdot \frac{150}{360} \cdot \frac{14}{100}$$
$$\Rightarrow I_{\text{commercial}} = \mathbf{3832,5\ DA}$$
$$I_r = 7612,5 - I_{\text{commercial}}$$
$$\Rightarrow I_r = 7612,5 - 3832,5$$
$$\Rightarrow I_r = \mathbf{3780\ DA}$$

- حساب جملته بالفائدة الحقيقية:

$$t = 14\% + 2\% = 16\%$$
$$A = C + I_r$$
$$\Rightarrow A = C + C \cdot \frac{n}{365} \cdot \frac{t}{100}$$
$$\Rightarrow A = 65700 + 65700 \cdot \frac{150}{365} \cdot \frac{16}{100}$$
$$\Rightarrow A = 65700 + 4320$$
$$\Rightarrow A = \mathbf{71820\ DA}$$

- حساب المبلغ الذي يعطي فائدة تجارية تساوي الفائدة الصحيحة في السؤال الأول، بإيداعه لمدة 150 يوم وبمعدل فائدة %18:

$$I_{\text{commercial}} = I_r$$
$$\Rightarrow C \cdot \frac{n}{360} \cdot \frac{t}{100} = 3780$$
$$\Rightarrow C \cdot \frac{150}{360} \cdot \frac{18}{100} = 3780$$
$$\Rightarrow 2700C = 136080000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 50400\ DA}$$

– التمرين الواحد والعشرون:

- إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة:

$$t = 9\%; \qquad VA_{\text{com 1}} = 7868\ DA;$$
$$E_{\text{com 2}} = E_{\text{com 1}} - 72 \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$\Rightarrow E_{\text{com 2}} = VN \frac{n_2}{360} \frac{t}{100} = E_{\text{com 1}} - 72$$
$$\Rightarrow VN \frac{30}{360} \frac{9}{100} = E_{\text{com 1}} - 72$$
$$\Rightarrow 0.0075. VN = E_{\text{com 1}} - 72 \ldots\ldots. (2)$$

لدينا:

$$VA_{\text{com 1}} = VN - E_{\text{com 1}}$$
$$\Rightarrow VN - E_{\text{com 1}} = 7868$$

$$\Rightarrow E_{\text{com }1} = \text{VN} - 7868 \ldots .(3)$$

بتعويض المعادلة:

$$\begin{aligned}(2) \Leftrightarrow 0{,}0075 \cdot VN &= VN - 7868 - 72 \\ \Rightarrow 0{,}0075 \cdot VN &= VN - 7940 \\ \Rightarrow 0{,}9925 \cdot VN &= 7940 \\ \Rightarrow VN &= \mathbf{8000\ DA}\end{aligned}$$

- إيجاد تاريخ استحقاق الكمبيالة:

$$\begin{aligned}VA_{\text{com }1} &= VN - E_{\text{com }1} \\ \Rightarrow E_{\text{com }1} &= VN - VA_{\text{com }1} \\ \Rightarrow E_{\text{com }1} &= 8000 - 7868 \\ \Rightarrow \boldsymbol{E}_{\text{com }1} &= \mathbf{132}DA\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{\text{com }1} &= VN\frac{n_1}{360}\frac{t}{100} = 132 \\ \Rightarrow 8000 \cdot \frac{n_1}{360}\frac{9}{100} &= 132 \\ \Rightarrow 72000n_1 &= 4752000 \\ \Rightarrow \boldsymbol{n_1} &= \mathbf{66\ Jours}\end{aligned}$$

من 2019/08/25 إلى 2019/08/31	من 2019/09/01 إلى 2019/09/30	من 2019/10/01 إلى 2019/10/30
06 أيام	30 يوم	30 أيام
n_1 = ***66 Jours***		

تاريخ استحقاق الكمبيالة هو 30 أكتوبر 2019.

الفصل الثاني: العمليات المالية ذات الفائدة المركبة.

1- تعريف الفائدة المركبة:

إن الفائدة المركبة مفهوم يتعلق بالتوظيفات طويلة الأجل، وفي هذه الحالة فانه في نهاية كل وحدة زمنية تضاف فائدة تلك الفترة إلى رأس المال وتستمر معه في الوحدة الزمنية الموالية، ومعنى ذلك تزايد المبلغ المستثمر مع بداية كل وحدة زمنية جديدة وأيضا زيادة الفائدة المحسوبة عن أي وحدة زمنية عن الفائدة المحسوبة عن الوحدة الزمنية السابقة لها.

تقوم الفائدة المركبة على مبدأ **رسملة الفوائد** أي أن الفائدة بدورها تتيح فوائد أخرى ما لم يتم سحبها من التوظيف، من خلال إضافة الفائدة الناتجة في نهاية الوحدة الزمنية إلى رأس المال الموظف ليشكلا معا رأس مال جديد للوحدة الزمنية الموالية، حتى نهاية مدة التوظيف [1]

1-1- القيمة المحصلة لرأسمال موظف بفائدة المركبة:

للحصول على قانون للفائدة المركبة ننطلق من القانون الأساسي للفائدة البسيطة: $\boldsymbol{C_n = C_0 + 1}$

الجدول (1): القيمة المحصلة لرأسمال موظف بفائدة المركبة.

السنة	رأسمال الفترة	فائدة الفترة	القيمة المحصلة في نهاية الفترة
1	C_0	$C_0 * i$	$C_0 + C_0 * i = C_0(1+i)$
2	$C_0(1+i)$	$C_0(1+i) * i$	$C_0(1+i) + C_0(1+i) * i = C_0(1+i)^2$
3	$C_0(1+i)^2$	$C_0(1+i)^2 * i$	$C_0(1+i)^2 + C_0(1+i)^2 * i = C_0(1+i)^3$
4	$C_0(1+i)^3$	$C_0(1+i)^3 * i$	$C_0(1+i)^3 + C_0(1+i)^3 * i = C_0(1+i)^4$
. .			
n-1	$C_0(1+i)^{n-2}$	$C_0(1+i)^{n-2} * i$	$C_0(1+i)^{n-2} + C_0(1+i)^{n-2} * i = C_0(1+i)^{n-1}$
N	$C_0(1+i)^{n-1}$	$C_0(1+i)^{n-1} * i$	$C_0(1+i)^{n-1} + C_0(1+i)^{n-1} * i = C_0(1+i)^n$

إذن القيمة المحصلة C_n والرأس مال موظف C_0 بمعدل سنوي i تعطى بالعلاقة التالية:

$$C_n = C_0 (1 + \mathrm{i})^n$$

- **عناصر الفائدة المركبة:** تتوقف الفائدة المركبة على العناصر التالية:

C_0: رأسمال الموظف.

i: معدل الفائدة المطبق.

n: الفترات الزمنية.

C_n: الجملة المحصل عليها عند نهاية مدة التوظيف.

ملاحظة:

- يتم احتساب القيمة $(1 + \mathrm{i})^n$ بالاعتماد على الجدول المالي رقم (1)
- إن القيمة المحصلة C تشكل متتالية هندسية أساسها $(1 + \mathrm{i})$ وحدها الأول $C_0 (1 + \mathrm{i})$ وعدد حدودها n
- من أجل ايجاد الفائدة المحصل عليها من توظيف رأس مال C_0 لمدة n تطبق العلاقة الثانية:

$$I = C_n - C_0$$
$$I = C_0(1+i)^n - C_0$$
$$I = C_0[\ (1+i)^n - 1]$$

– مثال:

مبلغ قدره 6000 دج وظف بفائدة مركبة 6% لمدة 3 سنوات، ما هي الفائدة المحصل عليها في نهاية كل سنة؟

– الحل: بتطبيق علاقة الفائدة البسيطة نجد:

- الفائدة في نهاية السنة الأولى: $\boldsymbol{I_1 = C_0 * i = 6000 * \frac{6}{100} = 360}$
- الجملة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى: $\boldsymbol{C_1 = C_0 + I = 6000 + 360 = 6360}$
- الفائدة في نهاية السنة الثانية: $\boldsymbol{I_2 = C_1 * i = 6360 * \frac{6}{100} = 381.60}$
- الجملة في نهاية السنة الثانية: $\boldsymbol{C_2 = C_1 + I_2 = 6360 + 381.60 = 6741.6}$
- الفائدة في نهاية السنة الثالثة: $\boldsymbol{I_3 = C_2 * i = 6741.6 * \frac{6}{100} = 404.5}$
- الجملة في نهاية السنة الثالثة: $\boldsymbol{C_3 = C_2 + I_3 = 6741.6 + 404.5 = 7146.1}$

إذن الجملة المحصل عليها عند نهاية السنة الثالثة هي: 7146.1 دج.

– مثال:

أودع شخص مبلغ 84500 دج ببنك، بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا، لمدة 6 سنوات.

أوجد: 1– الفائدة المحصل عليها في السنة الأولى من الإيداع.

2– الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة فقط.

3– الجملة الناتجة عن الإيداع في نهاية المدة.

– الحل:

1– حساب الفائدة المحصل عليها في السنة الأولى:

$$C_0 = 84500\ , \qquad \mathrm{i} = 8\%$$
$$I_1 = C_0 \times i = 84500 * \frac{8}{100} = 6760DA$$

2– حساب الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة:

$$I_4 = C_4 \times i = C_0(1+i)^3 i$$
$$I_4 = 84500(1.08)^3 0.08$$
$$I_4 = 8515.65\ \mathrm{DA}$$

3– حساب الجملة الناتجة عن الإيداع في نهاية المدة:

$$C_6 = C_0(1+i)^6$$
$$C_6 = 84500(1.08)^6$$
$$C_6 = 133510\ DA$$

- مثال:

أوجد القيمة المكتسبة لمبلغ قدر بـ 10000 دج لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركب 8% سنويا.

- الحل:

لدينا: $C_0 = 10000$,　　i = 8,　　n= 5ans

$$C_n = C_0(1+i)^n$$
$$C_5 = 10000(1.08)^5 = 14693.28\,DA$$

1-2- العمليات على القانون الأساسي للفائدة المركبة:

أ- حساب المبلغ الأصلي C_0: يمكن إيجاد علاقة المبلغ الأصلي من القانون الأساسي للفائدة المركبة وتعطى بالشكل التالي:

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = C_n(1+i)^{-n}$$

ب- حساب معدل التوظيف i: تعطى علاقة المعدل كما يلي:

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = \frac{C_n}{C_0}$$
$$\Rightarrow 1+i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}}$$
$$\Rightarrow i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

- مثال:

وظف شخص مبلغ 60000 دج لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة فبلغت قيمته المكتسبة في نهاية مدة التوظيف مبلغ: 78061.3865 دج.

- الحل:

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$
$$\Rightarrow i = \sqrt[4]{\frac{78061.3865}{60000}} - 1$$
$$\Rightarrow i = \left(\frac{78061.3865}{60000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$$
$$\Rightarrow i + 1 = (1.30102310833)^{\frac{1}{4}}$$
$$\Rightarrow i + 1 = 1.068$$
$$\Rightarrow i = 0.068$$
$$\Rightarrow i = 6.8\%$$

ج- حساب المدة n:

مدة رسملة الفوائد المستعملة هي عادة السنة، ولكن يمكن أن تكون ثلاثية أو رباعية أو سداسية أو شهرية، ومهما كانت مدة الرسملة المستعملة فان معدل التوظيف i يجب أن يكون متناسبا مع المدة n، ويمكن استخراج علاقة المدة كما يلي:

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = \frac{C_n}{C_0}$$
$$\Rightarrow \log(1+i)^n = \log\frac{C_n}{C_0}$$
$$\Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\ln(1+i)}$$

- مثال:

وظف رأس مال قدر بـ 250000 دج لمدة 9 سنوات بمعدل فائدة مركب سداسي قدر بـ 6%.

- ما هي القيمة المكتسبة في نهاية مدة التوظيف؟

- الحل:

لدينا: $C_0 = 250000,\qquad i_s = 6,\qquad n = 9ans$

نحول المدة السنوية إلى سداسية وهذا بضرب السنوات في 2 نحصل على سداسي $n * 2 = 18$

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow C_{18} = 250000(1+0.06)^{18}$$
$$C_{18} = 713584.87\ DA$$

- **حساب المدة في حالة n عدد غير صحيح**: إضافة إلى ما سبق يمكن أن تكون المدة عدد غير تام، كأن يكون كسر مثلا 5 سنوات وثمانية أشهر، أي $n = 5 + \frac{8}{12}$ وهنا نكون أمام طريقتين لحساب القيمة المحصلة اما الحل العقلاني او الحل التجاري كما يلي:

1- الحمل العقلاني: حساب القيمة المحصلة بالفائدة المركبة للجزء الصحيح، وطريقة الفائدة البسيطة للجزء الكسري. ففي حالة المدة مثلاً 3 سنوات وأربعة أشهر، نصع: $n = k + \frac{p}{q}$

في الجزء الصحيح نجد أن القيمة المكتسبة هي: $C_k = C_0(1+i)^k$

$$C_{\frac{p}{q}} = C_k * i * \frac{p}{q} = C_0(1+i)^k * i * \frac{p}{q}$$
$$C_n = C_0(1+i)^k + C_0(1+i)^k * i * \frac{p}{q}$$
$$C_n = C_0(1+i)^k\left[1 + \left(i * \frac{p}{q}\right)\right]$$

2- الحل التجاري: هو حساب القيمة المحصلة بالفائدة المركبة الجزء الصحيح والجزء العشري وهذا بالاعتماد على الجداول الملحقة للمخصصة للشهور والايام للمدة الباقية المرافقة لعدد السنوات الكاملة.

ويعطى بالعلاقة التالية: $C_n = C_0(1+i)^k(1+i)^{\frac{p}{q}}$

نضع: $n = k + \frac{p}{q}$

– مثال:

راس مال قيمته 20000 دج يوظف بفائدة مركبة بمعدل 6% لمدة 5 سنوات و8 أشهر أوجد القيمة المكتسبة، باستعمال الحل الصحيح والحل التجاري.

– الحل:

1– القيمة المكتسبة بالحل الصحيح هي: $C_k = C_0(1+i)^k\left[1+\left(i * \frac{p}{q}\right)\right]$

$$C_5 = 20000(1+0.06)^5\left[1+\left(0.06 * \frac{8}{12}\right)\right] = 27835.09\ DA$$

2– القيمة المكتسبة بالحل التجاري هي: $C_n = C_0(1+i)^n(1+i)^{\frac{p}{q}}$

$$C_5 = 20000(1+0.06)^5(1+0.06)^{\frac{8}{12}} = 27824.66\ DA$$

لا يوجد اختلاف كبير بين النتيجتين وهذا راجع إلى لاختلاف طريقة الحساب.

1–3– المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

يمكن لمعدلات الفائدة أن تكون جزئية من السنة كان تكون سداسية أو فصلية أو شهرية ... الخ. هذه المعدلات غير السنوية تستوجب إيجاد معدل متناسب أو متكافئ مع المدة.

1–3–1– المعدلات المتناسبة:

يتناسب معدلان ينتميان لفترتين مختلفتين إذا تساوت نسبتهما مع نسبة فترتيهما، على أن تكون لهما نفس القيمة المحصلة إن المعدل التناسبي لمرحلة ما هو عبارة عن حاصل قسمة المعدل السنوي لتلك الفترة على عدد تلك الفترات في السنة.

– مثال:

المعدلات المتناسبة مع المعدل السنوي $i_a = 15\%$ هو:

المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي: $\boldsymbol{i_s = \frac{i_a}{2} = \frac{15}{2} = 7.5\%}$

المعدل الرباعي المتناسب مع المعدل السنوي: $\boldsymbol{i_q = \frac{i_a}{3} = \frac{15}{3} = 5\%}$

المعدل الثلاثي المتناسب مع المعدل السنوي: $\boldsymbol{i_q = \frac{i_a}{4} = \frac{15}{4} = 3.75\%}$

المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي $\boldsymbol{i_q = \frac{i_a}{12} = \frac{15}{12} = 1.25\%}$

ملاحظة: إن المعدل المتناسب يعطي قيمة محصلة أكبر من القيمة المحصلة التي يعطيها للمعدل السنوي.

– مثال: رأسمال قدره 41000 دج وظف بفائدة مركبة بمعدل شهري 0.5% وعند نهاية مدة التوظيف بلغت القيمة المحصلة 44185 دج.

أوجد مدة التوظيف؟

– الحل: $i_m = 0.5\%$ $\quad C_n = 44185$ $\quad C_0 = 41000$

$$i_m = \frac{i_a}{12}$$

$$i_a = 12 \times i_m = 6\%$$

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

$$44185 = 41000(1.06)^n$$

$$(1.06)^n = \frac{44185}{41000}$$

$$n \sim 15 \text{ Mois}$$

1-3-2- المعدل المتكافئ:

هو المعدل المكافئ للمعدل السنوي الذي ينتج نفس القيمة المحصلة، لنفس المبلغ الموظف بمعدل سنوي، ويعطى بالعلاقة التالية: $C_n = C_0(1+i)^n = C_0(1+i_k)^{kn}$

حيث i_k: معدل التوظيف لمدة أقل من سنة

K: هو المدة جزء من السنة كأن يكون سداسي أو رباعي أو ....

تصبح العلاقة السابقة من أجل استخراج المعدل الجزئي المكافئ i_k كما يلي:

$$C_0(1+i) = C_0(1+i_k)^k \Rightarrow (1+i) = (1+i_k)^k$$

$$\Rightarrow (1+i_k) = (1+i)^{\frac{1}{k}}$$

ومنه: $i_k = (1+i)^{1/k} - 1$

المعدل المكافئ مع المعدل السنوي $a_i = 5\%$ هو:

- للمعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي

$$i_2 = (1+i)^{1/k} - 1 = (1.05)^{1/2} - 1 = 2.47\%$$

- المعدل الرباعي المكافئ للمعدل السنوي:

$$i_3 = (1+i)^{1/k} - 1 = (1.05)^{1/3} - 1 = 1.63\%$$

- المعدل الثلاثي المكافئ للمعدل السنوي:

$$i_4 = (1+i)^{1/k} - 1 = (1.05)^{1/4} - 1 = 1.22\%$$

- المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي:

$$i_{12} = (1+i)^{1/k} - 1 = (1.05)^{1/2} - 1 = 0.4\%$$

1-4- الحالات الخاصة لحساب القيمة المحصلة للفائدة المركبة:

إن الاعتماد على الجداول المالية في إيجاد القيمة المحصلة يطرح ثلاث مشكلات هي: عدم توفر المدة به، أو عدم توفر المعدل المطبق، كما يمكن ألا تتوفر المدة والمعدل معا ولمعالجة هذا الإشكال نتبع الخطوات التالية:

أ- حالة المدة غير موجودة بالجدول المالي: وهذا بالاعتماد على الطريقة التجارية أو العقلانية المذكورة سابقا، أو بالاعتماد على:

- طريقة الحصر: - مثال: ما هي القيمة المحصلة لمبلغ قيمته 10000 دج وقف بمعدل 5% لمدة 3 سنوات و4 أشهر؟

تعتمد طريقة الحصر على حصر المدة بأعلى مدة باحتساب الأشهر لتكمل سنة وأدنى مدة دون احتساب الأشهر، وفي هذه الحالة نجد أن المدة محصورة بين 3 و4 سنوات كما يلي:

$$6 < n < 7$$

سنوات 7: $(1.05)^7 \longrightarrow 1.407100422$

سنوات 6: $(1.05)^6 \longrightarrow 1.340095640$

شهر 12: $\longrightarrow 1.047100422$

أشهر 4: $\longrightarrow 1.047100422 * 4/12$

بالاعتماد على الطريقة الثلاثية تجد أن القيمة المقابلة لأربعة أشهر هي: 0.46903347.

$$(1+i)^{n+P/Q} = 1.34009564 + 0.46903347$$

وبالتالي تصبح القيمة المحصلة هي:

$$C_n = 10000 * 1.8091291$$

$$= 18091.291\ DA$$

ب- حالة المعدل غير موجود بالجدول المالي:

يمكن ايجاد المعدل غير موجود بالجدول المالي بالاعتماد على طريقة الحصر وهذا بالاعتماد على المثال التالي:

- مثال:

أوجد القيمة المحصلة لرأس مال قيمته 30000 دج موظف بمعدل 2.7% لمدة 5 سنوات؟

- الحل:

إن المعدل محصور بين 2.5% و3% غير موجود بالجدول المالي، وبتطبيق طريقة الحصر تحصل على:

$$6 < n < 7$$

t=3%: $(1.03)^5 = 1.159274$

t=2.5%: $(1.025)^5 = 1.131408$

0.5% : $\longrightarrow$ 0.027865

0.2% : $\longrightarrow$ 0.2 *0.027865

بالاعتماد على الطريقة الثلاثية نجد أن القيمة المقابلة لأربعة أشهر هي: 0.46903347

ج- حالة عدم وجود المدة والمعدل في الجدول المالي:

- مثال:

ما هي القيمة المحصلة لمبلغ 254000 دج وظف لمدة 5 سنوات و8 أشهر بمعدل 6.4%.

- الحل:

إن المعدل محصور بين 6% و6.5%، والمدة محصورة بين 5 و6 سنوات.

$$6 < n < 6.5$$

t=6.5%: $(1.065)^5 = 1.370086$

t=6%: $(1.06)^5 = 1.338225$

0.5% : $\longrightarrow$ 0.031861

0.4% : $\longrightarrow \frac{(0.4*0.031861)}{0.5} = 0.025488$

$$\Rightarrow (1.064)^5 = 1.363713$$

0.5 = 6.5 − 6 et 0.4 = 6.4 − 6

$(1.065)^6 = 1.459142$

$(1.06)^6 = 1.418519$

0.5% : $\longrightarrow$ 0.040623

0.4% : $\longrightarrow \frac{(0.4*0.040623)}{0.5} = 0.032498$

$$\Rightarrow (1.064)^6 = 1.4510137$$

من النتائج السابقة نجد:

0.5 = 6.5 − 6 et 0.4 = 6.4 − 6

$(1.064)^6 = 1.4510137$

$(1.064)^5 = 1.363713$

(1.064): $\longrightarrow$ 0.087304

0.087304: $\longrightarrow$ 12 Mois

X: $\longrightarrow$ 8 Mois

X = 0.058202

ومنه:

$$(1.064)^{5+\frac{8}{12}} = 1.421915$$

$$\Rightarrow C_n = 254000(1.064)^{5+\frac{8}{12}}$$

1-5- حساب القيمة الحالية لرأسمال بفائدة مركبة:

القيمة الحالية الجملة هي قيمة المبلغ الواجب استثماره في بداية المدة للحصول على القيمة المكتسبة في نهايتها، كما تعرف على أنها القيمة الأصلية لرأس مال عرفت قيمته في نهاية مدة توظيفه.

أو تسمى هذه العملية **بالتحديث** وهي عملية عكسية **للرسملة**، تمكن من تحديد قيمة رأسمال في الوقت الحالي V_a علما أنه يستحق في المستقبل في التاريخ n تاريخ الاستحقاق، ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{V_a = C(1+i)^{-n}}$$

ولحساب القيمة $(1+\mathrm{i})^{-n}$ نستعمل الجدول المالي رقم 2، من الجداول المالية.

- مثال تطبيقي:

ما هي القيمة الحالية لرأسمال قيمته 90000 دج، يستحق بعد 5 سنوات، بمعدل فائدة مركبة 5%.

- الحل:

لدينا: $C = 90000$ $\quad i = 5,$ $\quad n = 5,$

$$V_a = C(1+i)^{-n}$$
$$V_a = 90000(1.05)^{-5} = 114865.3 \text{ DA}$$

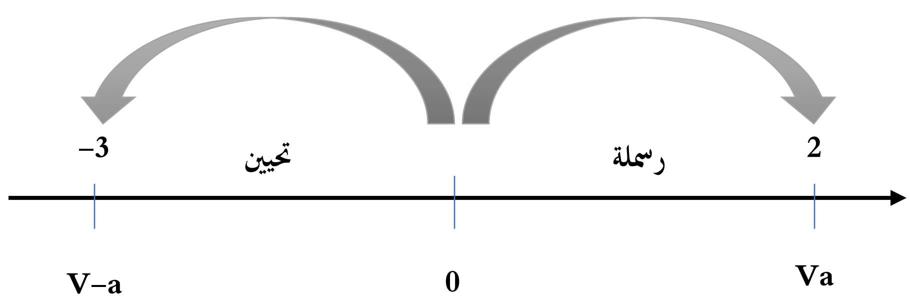
- مثال:

شخص مدين بمبلغ 150000 دج يستحق في تاريخ معين، بمعدل فائدة مركبة 6% وله إمكانيتين للتسديد:

- الأول: التسديد المسبق للمبلغ بثلاث سنوات.
- الثاني: تأجيل التسديد على تاريخ لاحق بسنتين.

أوجد" المبلغ في الحالتين؟

- الحل:



1- ايجاد قيمة المبلغ في حالة التسديد المسبق (عملية التحيين):

$$V_a = C(1+i)^{-n}$$
$$V_a = 150000(1.06)^{-3}$$
$$V_a = 125942.89\ DA$$

2- ايجاد قيمة المبلغ في حالة تأجيل التسديد (عملية الرسملة):

$$V_a = C(1+i)^{n}$$
$$V_a = 150000(1.06)^{2}$$
$$V_a = 168539.99\ DA$$

2- خصم الديون طويلة الأجل:

يطبق هذا الخصم على الأصول ذات أجال استحقاق تزيد عن سنة واحدة، ويحسب بنفس طريقة حسابه في حالة الفائدة البسيطة وهذا بطرح القيمة الحالية من القيمة الاسمية، والاختلاف فقط في طريقة حساب القيمة الحالية، التي تحسب بطريقة

الفائدة المركبة، ويعطى بالعلاقة التالية: $E = V_n - V_a$

حيث: $\boldsymbol{V_n}$: القيمة الاسمية لرأس المال.

$\boldsymbol{V_a}$: القيمة الحالية لرأس المال

$\boldsymbol{E}$: قيمة الخصم

وبتعويض V_a في علاقة الخصم تصبح العلاقة السابقة كما يلي:

$$E = V_n - V_n(1+i)^{-n} \Rightarrow E = V_n - V_n(1+i)^{-n}$$

ومنه: $E = V_n - [1-(1+i)^n]$

– مثال:

مبلغ مالي قيمته 10000 دج، خصم بمعدل فائدة مركبة 6%، يستحق بعد 5 سنوات، أوجد مبلغ الخصم؟

– الحل:

لدينا: $C = 10000 \qquad i = 6, \qquad n = 5,$

$$E = V_n - [1-(1+i)^n]$$
$$V_a = 90000(1.05)^{-5} = 114865.3 \text{ DA}$$

3– استبدال الأوراق التجارية وتكافؤها:

تعريف: هو عملية استبدال دين بدين أو استبدال دين بمجموعة من الديون، أو تعديل تواريخ الاستحقاق، ويقوم على أساس تساوي القيم الحالية لمجموع الديون القديمة والجديدة بنفس المعدل، وفي تاريخ معين يسمى **تاريخ التكافؤ**.

3–1– تكافؤ ورقتين تجاريتين:

نقول عن دينين أنهما متكافئين إذا كان لهما نفس القيمة الحالية في تاريخ التكافؤ، أي:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow C_1(1+i)^{-n1} = C_2(1+i)^{-n2}$$

– مثال:

مبلغ مالي قيمته 25000 دج موظف بمعدل 5%، لمدة 4 سنوات استبدل بمبلغ اخر موظف لمدة 7 سنوات.

– أوجد قيمة المبلغ؟

– الحل:

لدينا: $C_2 = ? \qquad C_1 = 25000, \qquad i = 5, \qquad n_2 = 7, \qquad n_1 = 4,$

$$V_{a1} = V_{a1} \Longrightarrow C_1(1+i)^{-n1} = C_2(1+i)^{-n2}$$
$$\Rightarrow 25000(1.05)^{-4} = C_2(1.05)^{-7}$$
$$\Rightarrow C_2 = \frac{25000(1.05)^{-4}}{(1.05)^{-7}}$$
$$\Rightarrow C_2 = 28940.55$$

3-2- تكافؤ عدة أوراق تجارية:

تتكافئ مجموعتين من رؤوس الأموال، بمعدل تكافؤ إذا تساوت مجاميع القيم الحالية للمجموعة الأولى مع مجاميع القيم الحالية للمجموعة الثانية. حسب المعادلة التالية:

$$\boldsymbol{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = V'_1 + V'_2 + V'_3 + \cdots + V'_n}$$

3-3- تاريخ الاستحقاق المتوسط:

هو التاريخ المشترك الذي تتم فيه تبديل الديون القديمة بدين واحد جديد، شرط أن تكون القيمة الاسمية للدين الجديد تساوي مجموع القيم الاسمية للديون القديمة.

- مثال:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

2000 دج، 6000 دج، 9000 دج موظفة لمدة سنتين 3 سنوات، 5 سنوات على الترتيب، بمعدل الفائدة المركبة 8%.

- أوجد تاريخ الاستحقاق المتوسط لهذه الديون.
- يريد هذا الشخص استبدال الديون السابقة بدين وحيد يستحق الدفع بعد 4 سنوات، أوجد قيمة هذا الدين.
- إذا سدد هذا الشخص الدين الأول ويريد أن يستبدل الدينين الباقيين بدين وحيد يسدد بعد 7 سنوات، أوجد قيمة هذا الدين.
- أوجد تاريخ الاستحقاق المشترك إذا كان قيمة المبلغ الوحيد المستبدل هو 20000 دج.

- الحل:

لدينا: $n_1 = 2, \quad n_2 = 3, \quad n_3 = 5, \qquad i = 8$

$$C_1 = 2000, \quad C_2 = 6000, \quad C_3 = 9000$$

1- ايجاد تاريخ الاستحقاق المتوسط:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow$$
$$C(1+i)^{-n} = C_1(1+i)^{-n1} + C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}$$

لدينا: $C = C_1 + C_2 + C_3$ باعتباره تاريخ الاستحقاق المتوسط

$$(1+i)^{-n} = \frac{C_1(1+i)^{-n1} + C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}}{C}$$

$$(1.08)^{-n} = \frac{2000(1.08)^{-2} + 6000(1.08)^{-3} + 9000(1.08)^{-5}}{17000}$$

$$(1.08)^{-n} = 0.741347 \Rightarrow \frac{1}{(1.08)^n} = 0.741347$$

$$\Rightarrow (1.08)^n = \frac{1}{0.741347}$$

$$\Rightarrow \ln (1.08)^n = \ln \frac{1}{0.741347}$$

$$\Rightarrow \text{n}\ln(1.08) = 0.299286$$

$$\Rightarrow \text{n} = \frac{0.299286}{\ln (1.08)} = 3.88$$

ومنه n هي 3 سنوات و10 أشهر حيث: 0.88x12 = 10 أشهر.

2- إيجاد قيمة المبلغ المستبدل بجميع الديون:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow$$

$$C(1+i)^{-n} = C_1(1+i)^{-n1} + C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}$$

$$\Rightarrow C = \frac{C_1(1+i)^{-n1} + C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}}{(1+i)^{-n}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2000(1.08)^{-2} + 6000(1.08)^{-3} + C_3(1.08)^{-5}}{(1.08)^{-4}}$$

$$\Rightarrow C = 17146.13$$

3- إيجاد قيمة المبلغ المستبدل بعد تسديد الدين الأول:

$$V = V_2 + V_3 \Rightarrow C(1+i)^{-n} = C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}$$

$$\Rightarrow C = \frac{C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}}{(1+i)^{-n}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{6000(1.08)^{-3} + C_3(1.08)^{-5}}{(1.08)^{-7}}$$

$$\Rightarrow C = 18660.53$$

4- إيجاد تاريخ الاستحقاق المشترك إذا كان قيمة المبلغ الوحيد المستبدل هو 20000 دج:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow$$

$$C(1+i)^{-n} = C_1(1+i)^{-n1} + C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}$$

$$(1+i)^{-n} = \frac{C_1(1+i)^{-n1} + C_2(1+i)^{-n2} + C_3(1+i)^{-n3}}{C}$$

$$(1.08)^{-n} = \frac{2000(1.08)^{-2} + 6000(1.08)^{-3} + 9000(1.08)^{-5}}{20000}$$

$$(1.08)^{-n} = 0.630145 \Rightarrow \frac{1}{(1.08)^n} = 0.630145$$

$$\Rightarrow (1.08)^n = \frac{1}{0.630145}$$

$$\Rightarrow \ln (1.08)^n = \ln \frac{1}{0.630145}$$

$$\Rightarrow n\ln (1.08) = 0.461805$$

$$\Rightarrow n = \frac{0.461805}{\ln (1.08)} = 6$$

ومنه n هي 6 سنوات.

تمارين الفصل الثاني

– التمرين الأول:

أوجد المبلغ الموظف لمدة 5 سنوات بمعدل سنوي 3.5% من أجل الحصول على قيمة مكتسبة 5000

– التمرين الثاني:

رأسمال يقدر ب 16000 دج أودع في بنك لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة معين فكانت الجملة المحصلة بعد نهاية مدة التوظيف تقدر بـ: 32264.7 دج.

– المطلوب: حدد معدل الفائدة المطبق على هذه العملية باستعمال الجدول المالي رقم 1

– التمرين الثالث:

الديك مبلغ مالي قيمته 100000 دج، وتريد توظيفه بفائدة مركبة لمدة 12 سنة، وأمامك ثلاث اختيارات كما يلي:

– الخيار الأول: توظف كل المبلغ بمعدل سنوي 6% لمدة 12 سنة؛

– الخيار الثاني: توظف مبلغ 40000 دج بمعدل سنوي 5.5% لمدة 12 سنة، وفي بداية السنة 6 توظف 60000 دج بمعدل فائدة 8% إلى غاية نهاية المدة؛

– الخيار الثالث: توظف كامل المبلغ بمعدل فائدة مركبة متزايدة 5% لمدة 4 سنوات الأولى، و6% لمدة 4 سنوات الثانية، و7% لمدة 4 سنوات الثالثة

– المطلوب – ما هي الطريقة التي تختارها، وعلى أي أساس قمت بهذا الاختيار؟

– ما هي القيمة المحصلة الصافية في نهاية مدة التوظيف التي اخترتها، إذا علمت أن هنالك ضريبة تفرض على الفائدة مقدارها 25%.

– التمرين الرابع:

مبلغ قدره 20000 دج وظف بمعدل ثلاثي لمدة 5 ثلاثيات، فبلغت القيمة المكتسبة 21465.68 دج

– أوجد معدل التوظيف الثلاثي؟

حلول تمارين الفصل الثاني

– التمرين الأول:

لدينا: $C_n = 5000, \quad i = 3.5\%, \quad n = 5.$

$$C_n = C_0(1+i)^n$$
$$5000 = C_0(1.035)^5$$
$$C_0 = \frac{(1.035)^5}{5000}$$
$$C_0 = 4209.87DA$$

– التمرين الثاني:

لدينا: $C_o = 70000, \quad n = 7 \text{ ans}, \quad C_n = 95900.75.$

$$C_7 = C_0(1+i)^7$$
$$(1+i)^7 = \frac{c_7}{c_0} \Rightarrow (1+i)^7 = \frac{95900.27}{70000}$$
$$(1+i)^7 = 1.37$$

من الجدول المالي رقم 1 (الملحق) نلاحظ أن القيمة 1.37 محصورة بين المعدل 4% و5% من أجل المدة 7 سنوات.

$$i = 5; (1+i)^7 = 1.4071 \qquad i = i; (1+i)^7 = 1.37$$
$$i = 4; (1+i)^7 = 1.3159 \qquad i = 4; (1+i)^6 = 1.3159$$
$$i = 1; (1+i)^7 = 0.0912 \qquad (i-4) \rightarrow 0.0541$$

نلاحظ عند ارتفاع معدل الفائدة بـ 1% فإن $(1+i)^7$ يرتفع بـ 0.0912 وبارتفاع $(1+i)$ من 1.3159 إلى 1.37 فإن i سوف يرتفع بـ $(i-4) = \frac{0.0541}{0.0912} = 0.59$

$$i = 4 + 0.59 \simeq \mathbf{4.6\%}$$

– التمرين الثالث:

1– إيجاد أفضل خيار:

لدينا: $C_o = 10000, \quad n = 12 \text{ ans}.$

– القيمة الحالية للخيار الأول: $\boldsymbol{C_n} = C_0(1+i)^n = 100000(1.06)^{12}$

ومنه: $\boldsymbol{C_n} = 201219.64DA$

– القيمة الحالية للخيار الثاني: $\boldsymbol{C_n} = C_0(1+i)^n + \grave{C}_0(1+)^{\grave{n}}$

ومنه: $= 40000(1.055)^{12} + 60000(1.08)^7$

$$\boldsymbol{C_n} = 76048.3 + 102829.4 = 178877.75 \text{ DA}$$

– القيمة الحالية للخيار الثالث: $\boldsymbol{C_n} = C_0(1+i_1)^n(1+i_2)^n(1+i_3)^n$

$$\boldsymbol{C_n} = 100000(1.05)^4(1.06)^4(1.07)^4$$

$\boldsymbol{C_n} = 201148.02 \text{ DA}$

الطريقة التي اخترتها هي الطريقة الأولى باعتبارها تحقق أكبر قيمة محصلة.

2- حساب الفائدة: $\boldsymbol{I_n} = C_n - C_0$

$$\mathbf{I_n} = 201219.64 - 100000$$
$$\boldsymbol{I_n} = 101219.64\ DA$$

3- حساب الضريبة: $\boldsymbol{Imp} = C_n - imp$

$$\boldsymbol{Imp} = 101219.64 * 0.25 = 25304.91\ DA$$

4- حساب القيمة الصافية: $\boldsymbol{CN} = C_n - imp$

$$\boldsymbol{CN} = 201219.64 - 25304.91 = 175914.73\ \ DA$$

- التمرين الرابع:

لدينا: $C_0 = 20000, \qquad C_n = 21465.68, \qquad \text{n} = 5.$

$$C_n = C_0(1+i)^n$$
$$(1+i)^n = \frac{C_n}{C_0}$$
$$(1+i)^5 = \frac{C_n}{C_0}$$
$$(1+i)^5 = \frac{21465.68}{20000}$$
$$1+i = \left(\frac{21465.68}{20000}\right)^{\frac{1}{5}}$$
$$i = \left(\frac{21465.68}{20000}\right)^{\frac{1}{5}} - 1$$
$$i = 0$$

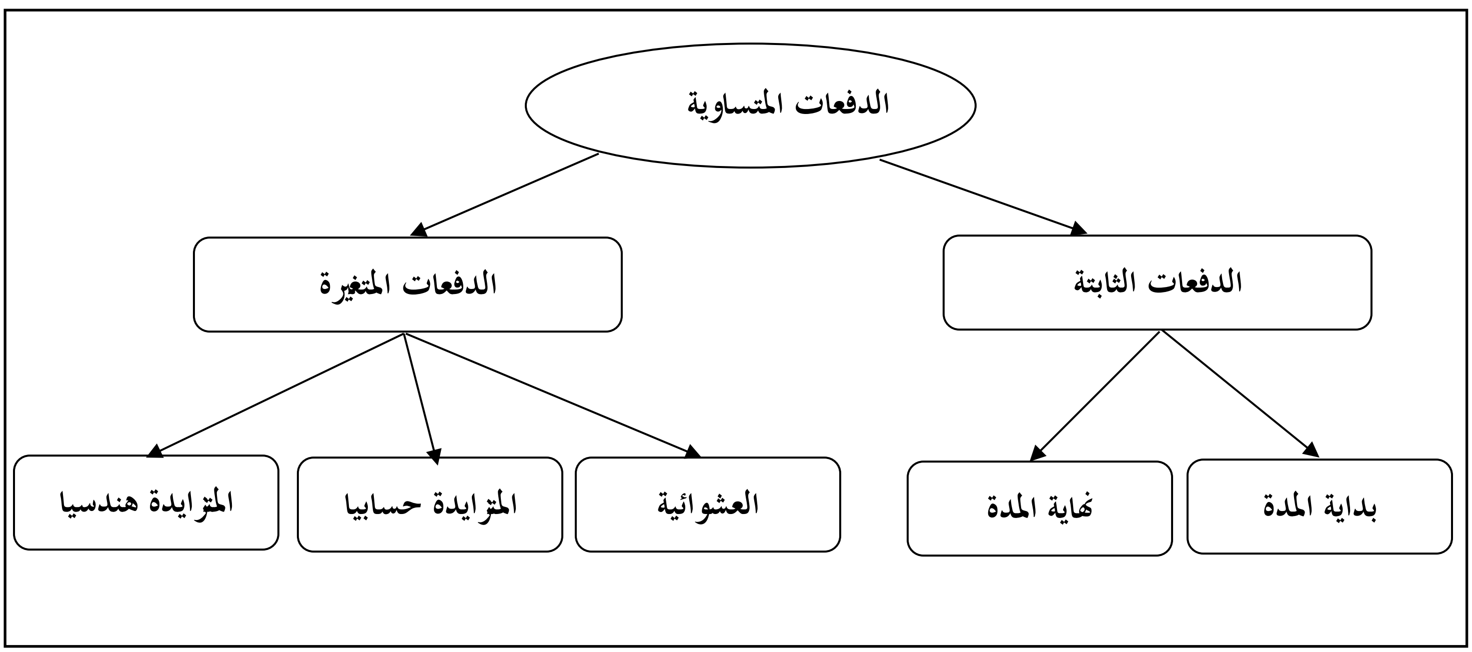
الفصل الثالث: الدفعات.

1- مفهوم الدفعات المالية وأنواعها:

المعاملات المالية البنكية غالبا ما تكون في المدى البعيد بحيث يتفاوت تكرار عمليات السحب وعمليات الإيداع من شخص لآخر وذلك من حيث قيمة المبالغ والمدة الفاصلة بين كل إبداع وسحب وهذا ما يكون غالبا حتمية في المعاملات البنكية مثل تسديد قرص خلال مدة معينة عن طريق دفعات خلال فترات يتم تحديدها من طرف البنك ويكون الزبون مجبر على احترام المبلغ المسدد وكذلك مدة التسديد لغاية انتهاء مدة التسديد، وفي حالة أخرى يمكن أن يلتزم شخص بتكوين رأس مال من خلال القيام بعملية إبداع متكررة ولفترات متساوية إلى غاية حصوله على المبلغ المراد تكوينه، ففي كلتا الحالتين يمكن أن تعتبر هذه المعاملة المالية على أنها دفعات إما لتسديد قرض أو التكوين رأس مال. الذي يتم دراسته في الرياضيات المالية بالنسبة المدافعات هو معرفة قيمة القرص المسدد أو قيمة الجملة المتحصل عليها من خلال عدد معين من الدفعات إلا أن هناك شرط تساوي المدة الزمنية بين الدفعات وتبقى ثابتة خلال كل الدفعات مثل سنة أو شهر ولذلك غالبا ما يطلق عليها الدفعات المتساوية.

ويمكن تصنيف الدفعات المتساوية إلى نوعين أساسيين، دفعات ثابتة ودفعات متغيرة وهذا على أساس مبلغ الدفعة أما على أساس مدة الدفع فهناك نوعين دفعات بداية المدة ودفعات نهاية المدة. الشكل التالي يوضع نوع الدفعات التي نصادفها في هذا الفصل.

الشكل (2): أنواع الدفعات المتساوية.



1-1- الدفعات الثابتة:

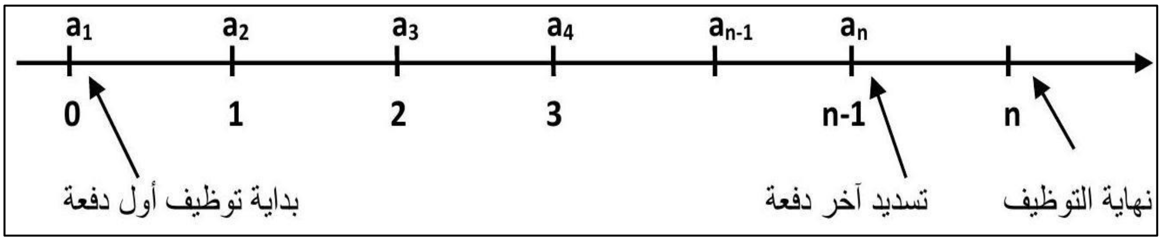
تتميز هذه الدفعات بثبات مبلغ الدفعة خلال مدة التوظيف أو خلال مدة تسديد القرص و تنقسم لقسمين:

1-1-1- الدفعات الثابتة بداية المدة:

نميز هذا النوع من خلال تاريخ الدفعة الأولى الذي يكون في نفس تاريخ بداية العقد ونستعمل هذا النوع من الدفعات

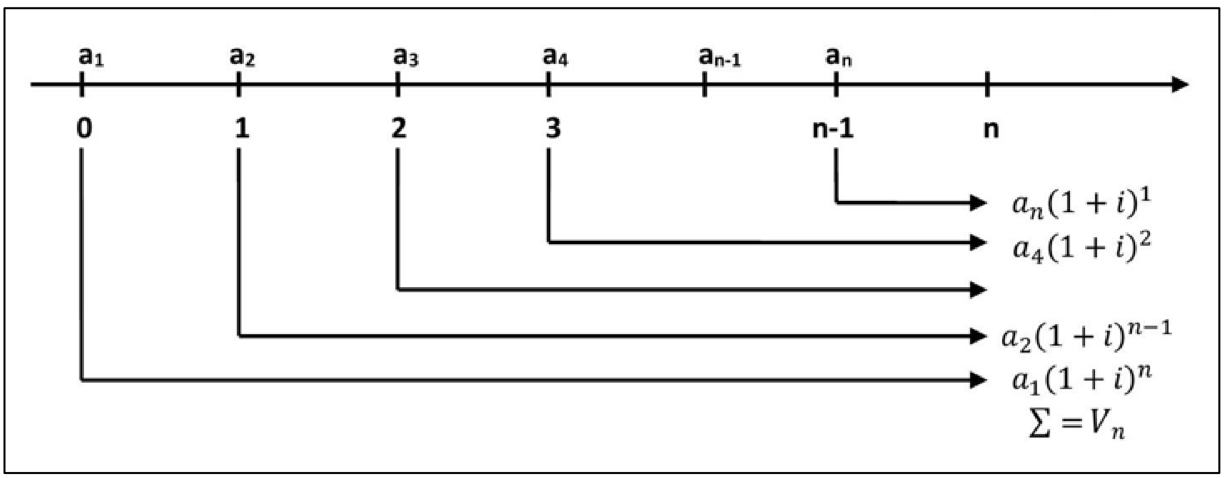
غالبا عند تكوين رأس مال، فتاريخ أول دفعة هو نفسه تاريخ لبداية تكوين رأس مال أو بداية التوظيف في البنك. كما يمكن تمييزها من خلال تاريخ آخر دفعة الذي يكون قبل فترة واحدة من نهاية العقد فآخر دفعة لتكوين رأس مال تكون قبل فترة واحدة من تاريخ تكوين الجملة النهائية وسحبها.

الشكل (3): الدفعات الثابتة بداية المدة.



الجملة المكتسبة لدفعات بداية المدة V_n

تتمثل في مجموع الدفعات إضافة للفوائد المترتبة عليها إلى غاية آخر مدة للتوظيف التي تكون فترة واحدة بعد آخر دفعة.



$$V_n = a_n(1+i) + a_{n-1}\,(1+i)^2 + a_{n-2}(1+i)^3 + \cdots \ldots + a_2(1+i)^{n-1} + a_1(1+i)^n$$

بما أن الدفعات متساوية نقوم بوضعها كعامل مشترك.

$$V_n = a(1+i)[\underbrace{(1+i)^0 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \cdots \ldots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}}_{X}]$$

يمثل المقدار x مجموع متتالية هندسية أساسها $(1 + i)$ حدها الأول 1 و عدد حدودها n.

$$V_n = a(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}\right]$$

$$\boxed{V_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

ملاحظة: n: عدد الدفعات، a: قيمة الدفعة الثابتة.

– مثال:

- ابتداء من تاريخ 2010/01/01 يوظف تاجر دفعات ثابتة بقيمة 10000 دج للدفعة بمعدل فائدة سنوي 6%.

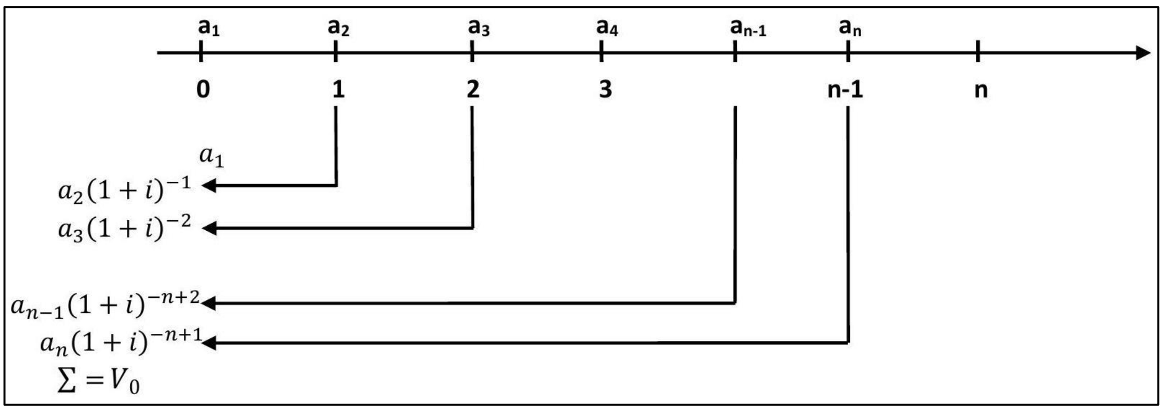
ما هي قيمة الجملة المكتسبة في نهاية سنة 2015 أي سنة بعد آخر دفعة؟

عدد الدفعات يساوي 5 وهي عبارة عن دفعات بداية المدة لأن تاريخ آخر دفعة سنة قبل تاريخ انتهاء التوظيف أي تاريخ الحصول على الجملة المكتسبة. وعليه الجملة المكتسبة تقدر بـ:

$$V_n = 10000(1.06)\frac{1.06^5 - 1}{0.06}$$
$$V_n = 59753.18$$

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة V_0

تتمثل في مجموع الدفعات مستحدثة إلى تاريخ أول دفعة.



$$V_0 = a_1 + a_2(1+i)^{-1} + a_3(1+i)^{-2} + \cdots \ldots + a_{n-1}(1+i)^{-n+2} + a_n(1+i)^{-n+1}$$
$$V_0 = a\underbrace{[1 + (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots \ldots + (1+i)^{-n+2} + (1+i)^{-n+1}]}_{x}$$

يمثل المقدار x مجموع متتالية هندسية أساسها $(1+i)^{-1}$ حدها الأول 1 وعدد حدودها n.

$$V_0 = a\left[\frac{1-((1+i)^{-1})^n}{1-(1+i)^{-1}}\right]$$

بضرب البسط والمقام بـ $(1+i)$

$$\boxed{V_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

- مثال:

يتم تسديد قرض من خلال 5 دفعات سنوية ثابتة ابتداء من تاريخ الحصول على القرض حيث قيمة الدفعة تقدر بـ 22395.88 دج بمعدل فائدة 6%. ما هي قيمة القرض؟

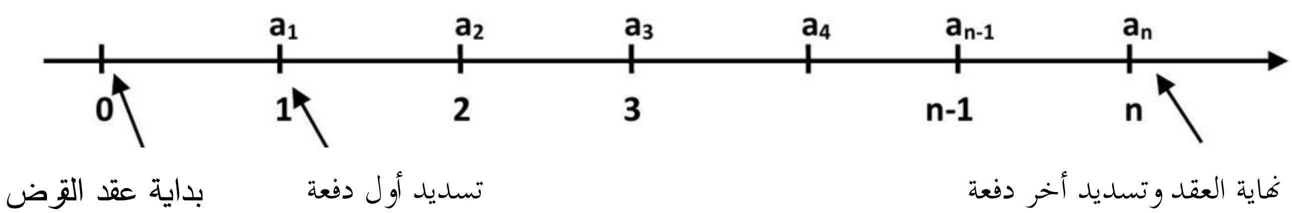
بما أن أول دفعة هي تاريخ الحصول على القرض (هذا شيء افتراضي ليس واقعيا غالبا) فان نوع الدفعات هو بداية المدة.

$$V_0 = 22395.88 \times 106 \frac{1 - 1.06^{-5}}{0.06}$$
$$V_0 = 100000$$

1-1-2- الدفعات الثابتة نهاية المدة:

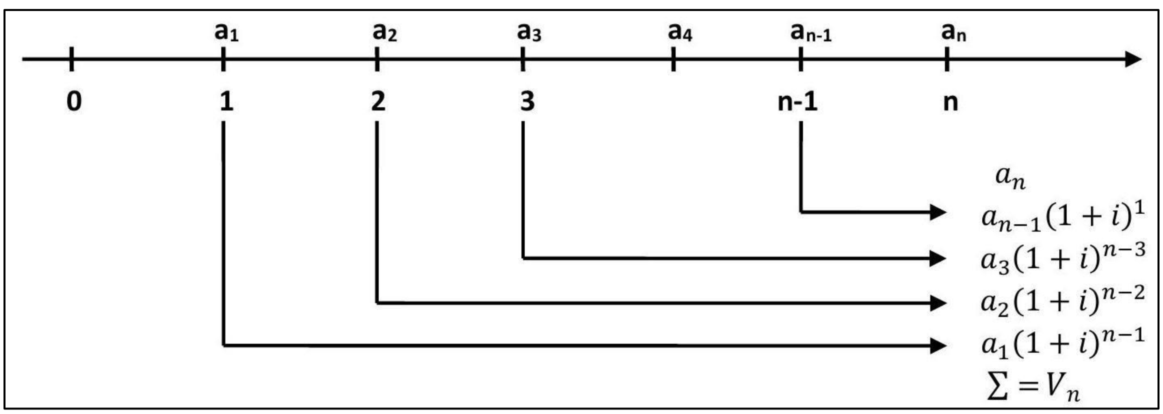
غالبا تستعمل دفعات نهاية المدة التسديد القروض بحيث تكون الدفعة الأولى فترة واحدة بعد بداية عقد القرض والدافعة الأخيرة تماما مع نهاية عقد القرض.

الشكل (4): الدفعات الثابتة نهاية المدة



- الجملة المكتسبة لدفعات نهاية المدة V_n:

تتمثل في مجموعة الدفعات إضافة للفوائد المترتبة عليها إلى غاية آخر مدة العقد التي توافق مع آخر دفعة.



$$V_n = a_n + a_{n-1}(1+i)^1 + a_{n-2}(1+i)^2 + \cdots \ldots + a_2(1+i)^{n-2} + a_1(1+i)^{n-1}$$
$$V_n = a\,\underbrace{[1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \cdots \ldots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}]}_{x}$$

يمثل المقدار X مجموعة متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ حدها الأول 1 وعدد حدودها n.

$$\boxed{V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

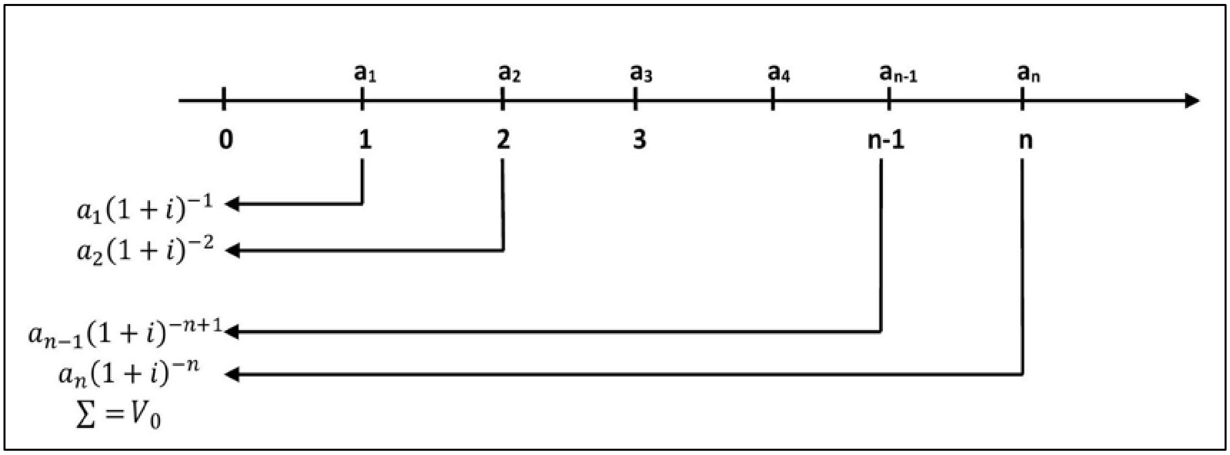
- مثال:

الجملة المتحصل عليها عند آخر دفعة لـ 10 دفعات قيمة الدفعة 2000 دج وبمعدل فائدة سنوي تقدر بـ: 5%. بما أن تاريخ استحقاق الجملة هو نفسه تاريخ آخر دفعة فهذه عبارة عن دفعات نهاية المدة.

$$V_n = 2000\frac{(1.05)^{10} - 1}{0.05}$$
$$V_n = 25155.78$$

– القيمة الحالية الدفعات نهاية المدةV_0:

تتمثل في مجموع الدفعات مستحدثة إلى تاريخ بداية العقد أي فترة واحدة قبل تسديد أول دفعة.



$$V_0 = a_1(1+i)^{-1} + a_2(1+i)^{-2} + \cdots \ldots + a_{n-1}(1+i)^{-n+1} + a_n(1+i)^{-n}$$
$$V_0 = a_1(1+i)^{-1}\underbrace{[1 + (1+i)^{-1} + \cdots \ldots + (1+i)^{-n+2} + (1+i)^{-n+1}]}_{x}$$

يمثل المقدار x مجموع متتالية هندسية أساسها $(1+i)^{-1}$ حدها الأول 1 وعدد حدودها n.

$$V_0 = a_1(1+i)^{-1}\left[\frac{1 - ((1+i)^{-1})^n}{1 - (1+i)^{-1}}\right]$$

بضرب البسط والمقام في $(1+i)$

$$\boxed{V_0 = a_1\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}}$$

– مثال:

بتاريخ 15 مارس 2005 تحصل شخص على قرض ليسدده عن طريق 10 دفعات بقيمة 2500 دج للمدافعة ابتداء من تاريخ 15 مارس 2006 وذلك بمعدل فائدة 5%. أحسب قيمة القرض؟

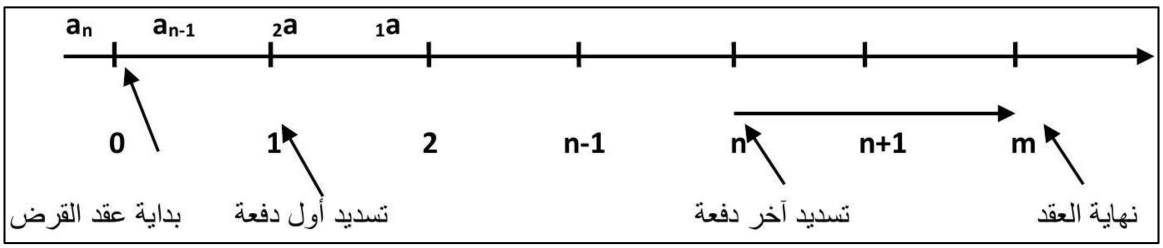
يتم التسديد عن طريق دفعات نهاية المدة لأن أول دفعة سنة بعد الحصول على القرض ومنه:

$$V_0 = 2500\frac{1 - (1.05)^{-10}}{0.05}$$
$$V_0 = 19304.33$$

– حساب الجملة المكتسبة بعد m فترة من تسديد الدفعة الأخيرة:

رأينا في دفعات نهاية المدة أن الجملة المتحصل عليها توافق تاريخ تسديد آخر دفعة أما دفعات بداية المدة فتاريخ الجملة المتحصل عليها يكون فترة واحدة بعد تسديد آخر دفعة، ويمكن أن نقوم بحساب جملة الدفعات بعد m فترة من تسديد آخر دفعة من خلال رأسملة جملة الدفعات المتحصل عليها خلال m فترة باستعمال قانون الفائدة المركبة.

الشكل (5): جملة الدفعات لـ m فترة بعد تسديد الدفعة الأخيرة



1– في حالة دفعات نهاية المدة:

$$\boxed{V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)^{m-n}}$$

2– في حالة دفعات بداية المدة:

$$\boxed{V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)^{m-n+1}}$$

– مثال:

أحسب الجملة المكتسبة بتاريخ 30 جوان 2016 لـ 10 دفعات قيمة الواحدة 3500 دج حيث آخر دفعة كانت بتاريخ 2014/12/31 وذلك بمعدل فائدة 5.

المدة الزمنية بين تاريخ آخر دفعة وتحصيل الجملة هي سنة ونصف.

$$V_n = 3500\frac{(1.05)^{10} - 1}{0.05}(1.05)^{1.5}$$

– مثال:

وظف تاجر دفعات ثابتة بقيمة 42000 دج ابتداء من تاريخ 2004/04/01 إلى غاية آخر دفعة 2013/04/01 بمعدل فائدة سنوي 6%. ما هي الجملة المحصل عليها بتاريخ 20165/04/01؟

عدد الدفعات هو10، إذا اعتبرناها دفعات بداية المدة فان الجملة المحصل عليها لعشرة دفعات تكون بتاريخ 2014/04/01 والفرق المتبقي من الزمن سنتين حتى 2016/04/01.

$$V_n = 42000\frac{(1.06)^{10} - 1}{0.06}(1.06)^3$$

$$V_n = 659338.58$$

2- الدفعات المتغيرة:

يتميز هذا النوع بعدم ثبات قيمة الدفعة خلال مدة التوظيف أو مدة التسديد وسنتطرق لدراسة ثلاث أنواع من هذه الدفعات.

2-1- دفعات عشوائية:

في هذا النوع من الدفعات لا تستطيع مسبقا معرفة قيمة الدافعة المستحقة وهي غالبا تستعمل عند تكوين رأس مال لأن للشخص الحرية الكاملة في تحديد قيمة الدفعة، أما عند تسديد القروض البنكية فلا يستعمل هذا النوع من الدفعات لاستحالة التنبؤ بقيمتها مسبقا. وبالنسبة لحساب الجملة المكتسبة أو القيمة الحالية فلا توجد صيغة محددة ولذلك نعتمد فقط على قانون الفائدة المركبة لكل دفعة.

- مثال:

أحسب قيمة المبلغ المتحصل عليه سنة بعد آخر دفعة لخمس دفعات سنوية تقدر بـ: 5200 دج، 7000 دج، 8500 دج، 8600 دج و9000 دج وذلك بمعدل فائدة 5%.

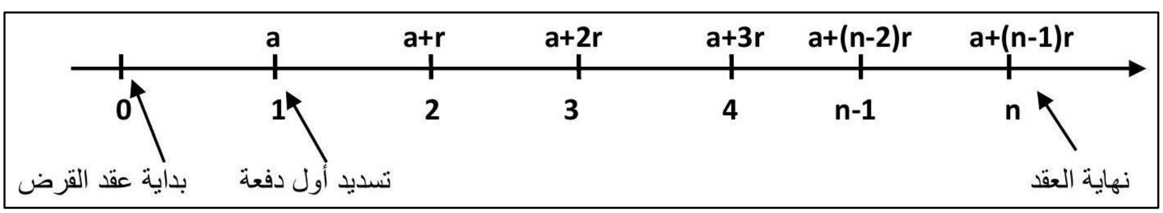
نوع الدفعات متغيرة عشوائية نهاية المدة

$$V_n = 5200(1.05)^5 + 7000(1.05)^4 + 8500(1.05)^3 + 8600(1.05)^2 + 9000(1.05)$$
$$V_n = 43916.52$$

2-2- الدفعات المتزايدة حسابيا:

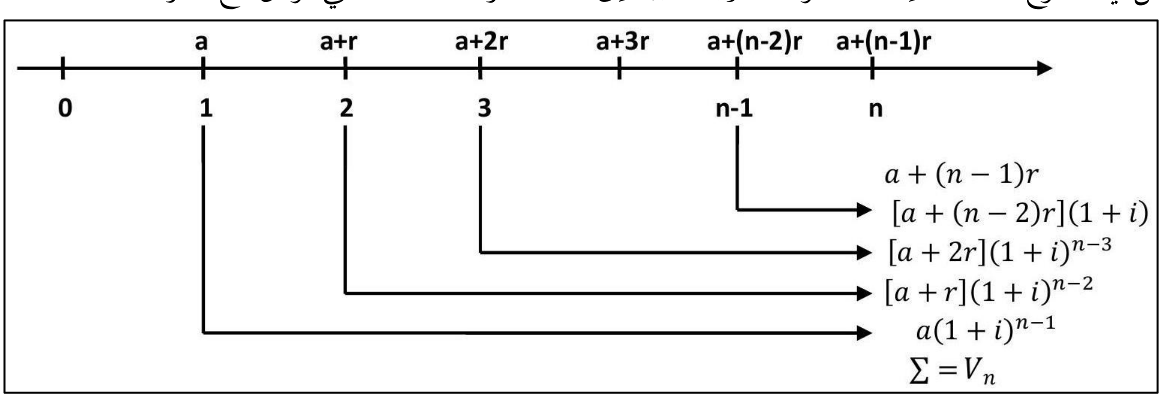
في هذا النوع من الدفعات يضاف مبلغ ثابت المدفعة الموالية إلى غاية الدفعة الأخيرة لتشكل متتالية حسابية أساسها يتمثل في قيمة الزيادة السنوية.

الشكل (6): الدفعات المتزايدة حسابيا



- الجملة المكتسبة للدفعات المتزايدة حسابيا نهاية المدة V_n:

تتمثل في مجموع الدفعات إضافة للفوائد المترتبة عليها إلى غاية آخر مدة العقد التي توافق مع آخر دفعة.



$$V_n = a(1+i)^{n-1} + [a+r](1+i)^{n-2} + [a+2r](1+i)^{n-3} + \cdots \ldots + [a+(n-2)r](1+i) + a + (n-1)r$$

نقوم بعملية النشر ونخرج a عامل مشترك

$$V_n = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-3} + \cdots \ldots + a(1+i) + a + r(1+i)^{n-2} + 2r(1+i)^{n-3} + \cdots \ldots + (n-2)r(1+i) + (n-1)r$$

لتبسيط العلاقة نقوم بتجزئتها لقسمين $V_n = V_{n1} + V_{n2}$

نلاحظ أن V_{n1} تمثل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ وحدها الأول a وعدد حدودها n وعليه يمكن تعويضها بعلاقة المجموع.

$$V_{n1} = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_{n2} = r(1+i)^{n-2} + 2r(1+i)^{n-3} + \cdots \ldots + (n-2)r(1+i) + (n-1)r$$

بضرب طرفي المعادلة $(1+i)$ نحصل على:

$$V_{n2}(1+i) = r(1+i)^{n-1} + 2r(1+i)^{n-2} + \cdots \ldots + (n-2)r(1+i)^2 + (n-1)r(1+i)$$

نقوم بعملية الطرح للعلاقتين الأخيرتين طرف لطرف مع الأخذ بعين الاعتبار الحدود التي لها نفس القوة:

$$V_{n2}(1+i) - V_{n2} = r(1+i)^{n-1} + [2r(1+i)^{n-2} - r(1+i)^{n-2}]$$
$$+[3r(1+i)^{n-3} - 2r(1+i)^{n-3}] + \cdots + [(n-2)r(1+i)^2 - (n-3)r(1+i)^2]$$
$$+[(n-1)r(1+i) - (n-2)r(1+i)] - (n-1)r$$

$$V_{n2}(1+i) - V_{n2} = \underbrace{r(1+i)^{n-1} + r(1+i)^{n-2} + r(1+i)^{n-3} + \cdots + r(1+i)^2 + r(1+i)}_{x} + r - nr$$

نلاحظ أن المقدار x يمثل مجموع متتالية هندسية حدها الأول r أساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n وبالتالي تصبح العلاقة الأخيرة كالتالي:

$$V_{n2}i = r\frac{(1+i)^n - 1}{i} - nr$$

$$V_{n2} = \frac{r}{i}\frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i}$$

بجمع العلاقتين $V_{n1} + V_{n2}$ نحصل على:

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} + \frac{r}{i}\frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_n = \left(a + \frac{r}{i}\right)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i}}}$$

– مثال:

وظف شخص 6 دفعات سنوية تتزايد بقيمة 1000 دج سنويا حيث قيمة الدفعة الأولى 3000 دج وذلك بمعدل

فائدة 5%. الجملة المحصل عليها عند آخر دفعة تقدر بـ:

$$V_n = \left(3000 + \frac{1000}{0.05}\right)\frac{(1.05)^6 - 1}{0.05} - \frac{6 \times 1000}{0.05}$$

$$V_n = 36444$$

- القيمة الحالية للدفعات المتزايدة حسابيا غاية المادة V_0 :

للحصول على القيمة الحالية للدفعات المتزايدة حسابيا نقوم باستحداث علاقة الجملة المكتسبة إلى بداية الفترة

$$V_0 = V_n(1+i)^{-n}$$

$$V_0 = \left(\left(a + \frac{r}{i}\right)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i}\right)(1+i)^{-n}$$

$$V_0 = \left(a + \frac{r}{i}\right)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{nr}{i} \times (1+i)^{-n} + \frac{nr}{i} - \frac{nr}{i}$$

$$V_0 = \left(a + \frac{r}{i}\right)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + nr \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{nr}{i}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_0 = \left(a + \frac{r}{i} + nr\right)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{nr}{i}}}$$

- مثال:

تحصل شخص على قرض ليسدده عن طريق 10 دفعات قيمة الأولى 1500 دج وتتزايد كل سنة بمقدار 200 دج وذلك بمعدل فائدة سنوي 5%. ما هي قيمة القرض؟

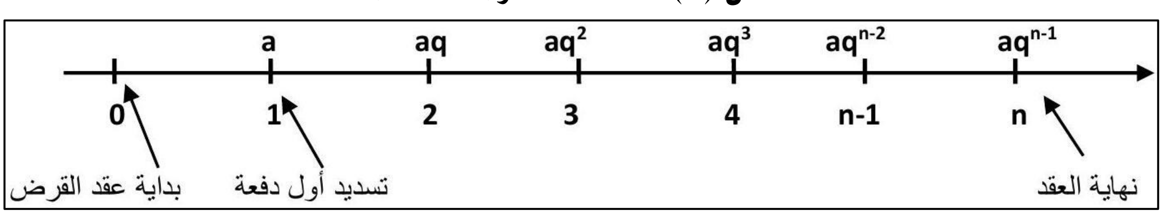
$$V_0 = \left(1500 + \frac{200}{0.05} + 10 \times 200\right)\frac{1-(1.05)^{-10}}{i} - \frac{10 \times 200}{0.05}$$

$$V_0 = 17913$$

2-3- الدفعات المتزايدة هندسيا نهاية المدة:

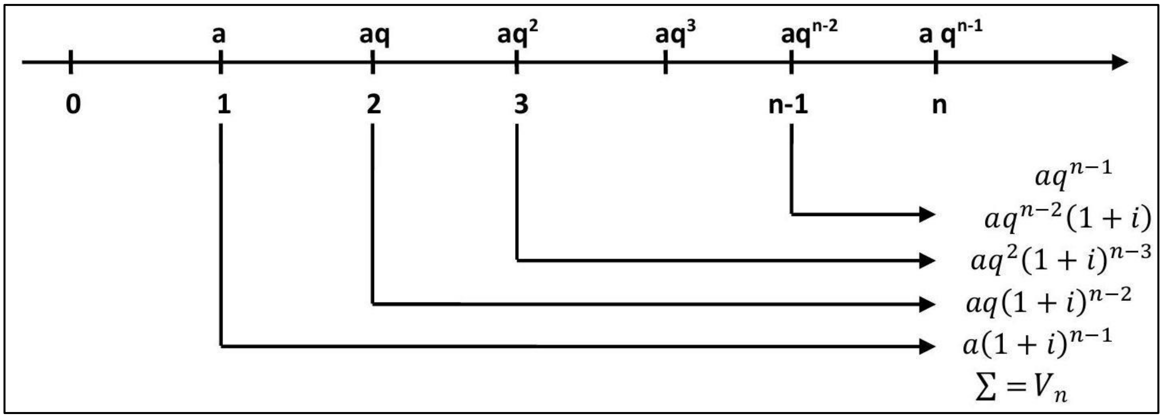
هذا النوع من الدفعات يتزايد سنويا بمعدل ثابت إلى غاية الدفعة الأخيرة لتشكل متتالية هندسية أساسها يتمثل في قيمة الزيادة السنوية (q>1).

الشكل (7): الدفعات المتزايدة هندسيا.



- الجملة المكتسبة للدفعات المتزايدة هندسيا غاية المدة V_n:

تتمثل في مجموع الدفعات إضافة للفوائد المترتبة عليها إلى غاية آخر مدة العقد التي توافق مع آخر دفعة.



$$V_n = aq^{n-1} + aq^{n-2}(1+i) + \cdots \ldots + aq^2(1+i)^{n-3} + aq(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

من خلال قراءتنا للعلاقة من اليسار لليمين نلاحظ أن هذا المجموع بشكل متتالية هندسية أساسها $q(1+i)^{-1}$ ، حدها الأول $a(1+i)^{n-1}$، وعدد حدودها n.

$$V_n = a(1+i)^{n-1}\frac{(q(1+i)^{-1})^n - 1}{q(1+i)^{-1} - 1}$$

$$V_n = a(1+i)^{n-1}\frac{\frac{q^n}{(1+i)^n} - 1}{\frac{q}{(1+i)} - 1}$$

$$V_n = a(1+i)^{n-1}\frac{\frac{q^n - (1+i)^n}{(1+i)^n}}{\frac{q-(1+i)}{(1+i)}}$$

$$V_n = a(1+i)^{n-1}\frac{q^n - (1+i)^n}{(1+i)^n} \times \frac{(1+i)}{q-(1+i)}$$

$$V_n = a(1+i)^{n-1}\frac{q^n - (1+i)^n}{(1+i)^{n-1}} \times \frac{1}{q-(1+i)^n}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_n = a \times \frac{q^n - (1+i)^n}{q-(1+i)}}}$$

– مثال:

يقوم شخص بتوظيف دفعات سنوية تتزايد بمعدل 5% سنويا حيث قيمة الدفعة الأولى 4500 دج خلال خمس سنوات وبمعدل فائدة 6%. ما هي الجملة المتحصل عليها عند آخر دفعة؟

$$\boldsymbol{V_n = 4500 \times \frac{1.05^5 - (1.06)^5}{1.05 - (1.06)}}$$

$$\boldsymbol{V_n = 27874.80}$$

- القيمة الحالية للدفعات المتزايدة هندسيا لنهاية المدة V_0:

للحصول على القيمة الحالية للدفعات المتزايدة هندسيا نقوم باستحداث علاقة الجملة المكتسبة إلى بداية الفترة.

$$V_0 = V_n(1+i)^{-n}$$

$$V_0 = a \times \frac{q^n - (1+i)^n}{q-(1+i)} \times (1+i)^{-n}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_0 = \frac{a}{(1+i)^n} \times \frac{q^n - (1+i)^n}{q-(1+i)}}}$$

- مثال:

يتم تسديد قرض عن طريق 6 دفعات متزايدة هندسيا بمعدل سنوي 3% حيث قيمة الدفعة الأولى 3600 دج وذلك بمعدل فائدة سنوي 6%. ما هي قيمة القرض؟

$$V_0 = \frac{3600}{1.06^6} \times \frac{1.03^6 - 1.06^6}{1.03 - 1.06}$$

$$V_0 = 18988.82$$

تمارين الفصل الثالث

- التمرين الأول:

يوظف شخص كل سنة مبلغ ثابت قيمته 9000 دج لدى بنك تجاري بمعدل فائدة 8% ابتداء من تاريخ 2012/11/01 إلى غاية تاريخ 2012/11/01.

أحسب الجملة المتحصل عليها عند:

1- تاريخ آخر دفعة؟

2- سنة بعد آخر دفعة؟

3- إلى غاية 2015/11/01؟

- التمرين الثاني:

تحصل شخص على قرض لشراء سيارة من بنك تجاري على أن يسدده خلال 5 سنوات بدفعات شهرية وبمعدل فائدة سنوي 6%، قيمة الدفعة 20000 دج.

1- أحسب قيمة شراء السيارة؟

2- إذا أراد تسديد القرض خلال 4 سنوات، ما هي قيمة الدفعة الواجب تسديدها؟

- التمرين الثالث:

تحصل شخص على قرض بنكي بقيمة 400000 دج ليسدده عن طريق دفعات سنوية قيمة الدافعة 54347.183 دج وذلك بمعدل فائدة سنوي 6%.

1- ما هو عدد الدفعات الواجب تسديدها؟

2- أحسب قيمة الدفعة الجديدة إذا أراد تسديد القرض عن طريق 20 دفعة؟

- التمرين الرابع:

تحصل تاجر على قرض بتاريخ 2012/03/01 من بنك تجاري بمعدل فائدة سنوي 8%، ابتداء من تاريخ 2012/09/01، بدأ يسدد عن طريق دفعات شهرية ثابتة حتى بلغ 20 دفعة قيمة الدافعة 15000 دج وتبقى له مبلغ سدد بعد 6 أشهر من تاريخ آخر دفعة.

1- حدد تاريخ نهاية العقد مع البنك أي تسديد المبلغ المتبقي؟

2- احسب قيمة المبلغ المتبقي عند الأزمنة التالية:

- مباشر بعد تسديد آخر دفعة؟
- بتاريخ 2012/09/01 قبل تسديد الدافعة الأولى؟
- حدد قيمة القرض؟

- التمرين الخامس:

تحصل شخص على قرض ليسدده بـ 10 دفعات سنوية متساوية قيمة الدفعة 9878.01 دج بمعدل فائدة سداسي 6%.

1- ما طبيعة الدفعات؟

2- أحسب المعدل السنوي المكافئ؟

3- أحسب قيمة القرض؟

4- أحسب قيمة الدين 6 أشهر مباشرة بعد دفع الدفعة السادسة؟

- التمرين السادس:

سحبت عينة تتكون من أربع زبائن A,B,C,D الأحد البنوك الادخارية لدراسة سلوكهم الادخاري، ثم تسجيل عملية الدفع والسحب خلال 10 أشهر من خلال الجدول التالي: إشارة (-) تدل على السحب.

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	5000	5000	5000	5000	−2000	−2000	−2000	−2000	−2000	−2000
B	6000	6100	6200	6300	6400	6500	6600	6700	6800	6900
C	2000	4000	8000	16000	32000					
D	2000	2000	2000	4500	6000	6000	6000			

1- ما طبيعة دفعات التوظيفA,B,C,D ؟

2- أحسب رصيد الشخص A بعد دفع الدفعة الرابعة؟ ثم بعد آخر سحب؟

إذا علمت أن الجملة المكتسبة من طرف الشخص B تحسب بالعلاقة:

$$Vn = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times \left(a + \frac{r}{i}\right) - \frac{nr}{i}$$

1- أحسب الجملة المكتسبة سنة بعد الدفعة الأخيرة؟ إذا أراد سحب هذه الجملة بـ 10 دفعات شهرية متزايدة بـ 200 دج الدافعة الأولى بعد شهر من تحصيله للجملة، أحسب قيمة الدفعة الأولى؟

2- أحسب جملة الشخص C سنة بعد آخر دفعة؟

3- أحسب جملة الشخص D عند آخر دفعة؟

معدل الفائدة السنوي 6%.

- التمرين السابع:

الجدول التالي يمثل تدفقات نقدية لتسديد قرض

الفترة	0	1	2	3	4	5
الدفعة	-	a	a+1000	a+2000	a+3000	a+4000

1- ما نوع هذه الدفعات؟

2- برهن أن جملة الدفعات عند آخر دفعة تساوي:

$$V_5 = \left(a + \frac{1000}{i}\right) \times \frac{(1+i)^5 - 1}{i} - \frac{5000}{i} \quad .1$$

3- إذا كان: $i=6\%$ و $a= 5000$ - أحسب قيمة القرض؟

- التمرين الثامن:

الجدول التالي يبين دفعات نقدية لحساب ادخار أحد الأشخاص خلال الفترة الممتدة من 2006/03/01 إلى 2012/01/01.

تاريخ الإيداع	2006/03/01	2007/01/01	2008/01/01	2009/01/01	210/01/01	2011/01/01
قيمة الدفعة	2500	10000	10000	10000	20000	20000

1- قام بسحب المبلغ بتاريخ 2006/12/31، إذا كان معدل الفائدة 6%، أحسب قيمة المبلغ المتحصل عليه؟

2- أحسب الجملة المتحصل عليها بتاريخ 2010/01/01 قبل دفع مبلغ 20000؟

3- أحسب الجملة المتحصل عليها عند نهاية التوظيف؟

4- ما هي المدة اللازمة لكي يحصل على مبلغ 90000 دج؟

- التمرين التاسع:

يتم تسديد قرض قيمته 27768.38 دج بمعدل فائدة 6% من خلال الدفعات التالية:

- دفعتين بقيمة مبلغ x
- تليها دفعتين بقيمة نصف المبلغ x
- تليها دفعتين بقيمة ضعف المبلغ x

1- أحسب قيمة المبلغ x؟

- التمرين العاشر:

يوظف شخص مبلغ 50000 دج كل سنتين خلال 20 سنة بمعدل فائدة سنوي 5%.

1- أحسب جملة الدفعات عند آخر دفعة؟

حلول تمارين الفصل الثالث

- التمرين الأول:

لدينا عدد الدفعات ابتداء من 2003/11/01 إلى غاية 2012/11/01 يقدر بـ 10 دفعات

1- لإيجاد الجملة عند تاريخ آخر دفعة تستعمل قانون دفعات نهاية المدة:

$$V_n = 9000\frac{1.08^{10} - 1}{0.08}$$
$$V_n = 130379.06$$

2- لإيجاد الجملة سنة بعد تاريخ آخر دفعة تستعمل قانون دافعات بداية المدة:

$$V_n = 9000\frac{1.08^{10} - 1}{0.08} \times 1.08$$
$$V_n = 140809.38$$

3- الجملة إلى غاية 2015/11/01 (عدد السنوات من تاريخ آخر دفعة إلى 2015/11/01 هو 3 سنوات).

$$V_n = 9000\frac{1.08^{10} - 1}{0.08} \times 1.08^3$$
$$V_n = 164240.06$$

- التمرين الثاني:

1- أولا نقوم بحساب معدل الفائدة الشهري المكافئ

$$i_m = \sqrt[12]{1.06} - 1$$
$$i_m = 0.486\% = 0.00486$$

2- قيمة شراء السيارة تتمثل في القيمة الحالية الجملة الدفعات المسددة لذلك نستعمل قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة لأن تسديد الدفعة الأولى يكون شهر بعد الحصول على القرض، حيث عدد الدفعات هو 60 دفعة.

$$V_0 = 20000\frac{1 - 1.00486^{-60}}{0.00486}$$
$$V_0 = 1038703.11$$

3- قيمة الدفعة إذا أراد تسديد القرض خلال 4 سنوات أي 48 دفعة هي:

$$1038703.11 = a\frac{1 - 1.00486^{-48}}{0.00486}$$
$$a = 24314.04$$

- التمرين الثالث:

1- عدد الدفعات يقدر بـ:

$$400000 = 54347.183\frac{1 - 1.06^{-n}}{0.06}$$
$$0.441 = 1 - 1.06^{-n}$$
$$0.558 = 1.06^{-n}$$
$$\mathrm{n}\,0.558 = -\,\mathrm{n}\ln 1.06$$

$$-n = \frac{\ln 0.558}{\ln 1.06}$$
$$n = 10$$

2- قيمة الدفعة الجديدة:

$$400000 = a\frac{1-1.06^{-20}}{0.06}$$
$$a = 34873.82$$

- التمرين الرابع:

1- تحديد تاريخ نهاية العقد أي تسديد آخر مبلغ: لدينا عدد الدفعات 20 دفعة ابتداء من 2012/09/01 وبالتالي آخر دفعة تكون بتاريخ 2014/04/01، وبعد 6 أشهر سدد الباقي أي بتاريخ 2014/10/01.

أولا تحدد المعدل الشهري المكافئ

$$i_m = \sqrt[12]{1.08} - 1$$
$$i_m = 0.643\% = 0.00643$$

2- إيجاد قيمة المبلغ المتبقي عند الأزمنة التالية:

- مباشر بعد تسديد آخر دفعة: تحسب القيمة الحالية للمبلغ المتبقي بتاريخ 2014/04/01 أي لمدة 6 أشهر.

$$V_{1.4.2014} = 156369.56 \times 1.08^{-0.5} = 156369.56 \times 1.00643^{-6}$$
$$V_{1.4.2014} = 150466.68$$

- بتاريخ 2012/09/01 قبل تسديد الدفعة الأولى: تقوم بحساب القيمة الحالية للدفعات واعتبارها دفعات بداية المدة ونضيف إليها القيمة الحالية للمبلغ المتبقي بتاريخ 2012/09/01.

$$V_{1.9.2012} = 15000\frac{1-1.00643^{-20}}{0.00643} \times 1.00643 + 150466.68 \times 1.00643^{-19}$$
$$V_{1.9.2012} = 415685.78$$

- تحديد قيمة القرض:

$$V_0 = 415685.78 \times 1.08^{-0.5}$$
$$V_0 = 400000$$

- التمرين الخامس:

1- طبيعة الدفعات نهاية المدة لأنها ناجمة عن تسديد قرض

2- تحديد معدل الفائدة السنوي المكافئ

$$i = 1.06^2 - 1$$
$$i = 12.36\%$$

3- حساب قيمة القرض:

$$V_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = 9878.01 \times \frac{1-(1.1236)^{-10}}{0.1236}$$
$$V_0 = 55000$$

4- حساب قيمة الدين 6 أشهر مباشرة بعد دفع الدفعة السادسة:

أولا نحسب قيمة الدين بعد دفع الدفعة السادسة:

$$V_6 = 9878.01 \times \frac{1-(1.1236)^{-4}}{0.1236}$$
$$V_6 = 29776.89$$

ثانيا نقوم برأسمالة قيمة الدين بـ: 6 أشهر:

$$V_{6.5} = 29776.89 \times 1.1236^{0.5}$$
$$V_{6.5} = 31563.50$$

- التمرين السادس:

1- طبيعة الدفعات:

- A: ثابتة؛
- B: متزايدة حسابيا؛
- C: متزايدة هندسيا؛
- D: عشوائية.

2- حساب رصيد الشخص A بعد دفع الدفعة الرابعة:

أولا نحسب المعدل الشهري المكافئ

$$i_m = \sqrt[12]{1.06} - 1$$
$$i_m = 0.486\%$$
$$V_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$
$$V_n = 5000 \times \frac{1.00486^4 - 1}{0.00486}$$
$$V_n = 20146.27$$

- حساب رصيد الشخص A بعد أخر سحب:

$$V_n' = \left[20146.27 - 2000 \times \frac{1 - 1.00486^{-6}}{0.00486}\right] \times 1.00486^6$$
$$V_n' = 8594.17$$

3- حساب الجملة المكتسبة للشخص B سنة بعد دفع الدفعة الأخيرة:

$$V_n = \left[\frac{1.00486^{10} - 1}{0.00486} \times \left(6000 + \frac{100}{0.00486}\right) - \frac{10 \times 100}{0.00486}\right] \times 1.00486^{12}$$
$$V_n = 69835.16$$

- حساب قيمة الدفعة الأولى:

$$V_0 = \left(a + \frac{r}{i} + n \times r\right) \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - \frac{n \times r}{i}$$
$$69835.16 = \left(a + \frac{200}{0.00486} + 10 \times 200\right) \times \frac{1 - 1.00486^{-10}}{0.00486} - \frac{10 \times 200}{0.00486}$$
$$a = 6279.54$$

4- حساب جملة الشخصِ C سنة بعد آخر دفعة:

$$V_n = a \times \frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)} \times (1+i)$$
$$V_n = 2000 \times \frac{2^5 - 1.00486^5}{2 - 1.00486} \times 1.06$$
$$V_n = 65986.6$$

5- حساب جملة الشخص D عند آخر دفعة:

$$V_n = 2000 \times \frac{1.00486^3 - 1}{0.00486} \times 1.00486^4 + 4500 \times 1.00486^3 + 6000 \times \frac{1.00486^3 - 1}{0.00486}$$
$$V_n = 28800.81$$

- التمرين السابع:

1- نوع الدفعات متغيرة متزايدة حسابيا.

2- البرهان.

$$V_5 = (a+4000) + (a+3000)(1+i) + (a+2000)(1+i)^2 + (a+1000)(1+i)^3 + a(1+i)^4$$

نقوم بعملية النشر ونبسط العلاقة لقسمين $V_n = V_5' + V_5''$

$$V_5 = [a + a(1+i) + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + a(1+i)^4] + [4000 + 3000(1+i) + 2000(1+i)^2 + 1000(1+i)^3]$$

بحيث:

$$V_5' = [a + a(1+i) + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + a(1+i)^4]$$

عبارة عن متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ وحدها الأول 1 وعدد حدودها 5 ومنه يمكن كتابتها على الشكل:

$$V_5' = a\frac{(1+i)^5-1}{i}$$

$$V_5'' = [4000 + 3000(1+i) + 2000(1+i)^2 + 1000(1+i)^3]$$

بضرب طرفي المعادلة في $(1+i)$ نحصل على:

$$V_5{}''(1+i) = 4000(1+i) + 3000(1+i)^2 + 2000(1+i)^3 + 1000(1+i)^4$$

نقوم بعملية الطرح للعلاقتين الأخيرتين طرف لطرف مع الأخذ بعين الاعتبار الحدود التي لها نفس القوة

$$V_5{}''(1+i) - V_5{}'' = -4000 + 1000(1+i) + 1000(1+i)^2 + 1000(1+i)^3 + 1000(1+i)^4$$

$$V_5{}''(1+i) - V_5{}'' = \underbrace{-5000 + [1000 + 1000(1+i) + 1000(1+i)^2 + 1000(1+i)^3 + 1000(1+i)^4]}_{x}$$

نلاحظ أن المقدارx يمثل مجموع متتالية هندسية حدها الأول 1000 أساسها $(1+i)$ وعدد حدودها 5 وبالتالي تصبح العلاقة الأخيرة كالتالي:

$$x = 1000\frac{(1+i)^5-1}{i}$$

وعليه:

$$V_5''(1+i) - V_5{}'' = -5000 + 1000 \times \frac{(1+i)^5-1}{i}$$

$$V_5'' \times i = -5000 + 1000 \times \frac{(1+i)^5-1}{i}$$

$$V_5'' = \frac{-5000}{i} + \frac{1000}{i} \times \frac{(1+i)^5-1}{i}$$

بجمع العلاقتين $V_5' + V_5''$ نحصل على:

$$V_5 = a\frac{(1+i)^5-1}{i} + \frac{-5000}{i} + \frac{1000}{i} \times \frac{(1+i)^5-1}{i}$$

$$V_5 = \left(a + \frac{1000}{i}\right) \times \frac{(1+i)^5-1}{i} - \frac{5000}{i}$$

3- حساب قيمة القرد:

$$V_0 = \left(a + \frac{r}{i} + n.r\right) \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{n.r}{i}$$

$$V_0 = \left(5000 + \frac{1000}{0.06} + 5 \times 1000\right) \times \frac{1-1.06^{-5}}{0.06} - \frac{5 \times 1000}{0.06}$$

$$V_0 = 28994.63$$

- **التمرين الثامن:**

1- إيجاد الجملة بتاريخ 2006/12/31:

$$C_n = C_0 \times (1 + i.n)$$
$$C_n = 2500 \times \left(1 + 0.06 \times \frac{8}{12}\right)$$
$$C_n = 2600$$

2- إيجاد الجملة بتاريخ 2010/01/01 قبل دفع الدفعة:

$$V_n = 2600 \times 1.06^3 + 10000 \times \frac{1.06^3 - 1}{0.06}$$
$$V_n = 34932.64$$

3- إيجاد الجملة بتاريخ 2012/01/01 عند نهاية التوظيف:

$$V_n = 2600 \times 1.06^5 + 10000 \times \frac{1.06^3 - 1}{0.06} \times 1.06^2 + 20000 \times \frac{1.06^2 - 1}{0.06}$$
$$V_n = 34932.64 \times 1.06^2 + 20000 \times \frac{1.06^2 - 1}{0.06}$$
$$V_n = 80450.31$$

4- المدة اللازمة لكي تصبح الجملة تساوي 90000 دج:

$$90000 = 80450.31 \times 1.06^n$$
$$1.1187 = 1.06^n$$
$$\ln\ 1.1187 = n.\ln\ 1.06$$
$$n = 1.925 \approx$$ سنة و11 شهر

- **التمرين التاسع:**

1- إيجاد قيمة المباغ x علما أن القيمة الحالية لمجموع الدفعات هي 27768.38

$$27768.38 = x \cdot \frac{1 - 1.06^{-2}}{0.06} + \frac{x}{2} \cdot \frac{1 - 1.06^{-2}}{0.06} \cdot 1 \cdot 06^{-2} + 2x \cdot \frac{1 - 1.06^{-2}}{0.06} \cdot 1 \cdot 06^{-4}$$
$$27768.38 = x. \cdot \left[\frac{1 - 1.06^{-2}}{0.06} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - 1.06^{-2}}{0.06} \cdot 1.06^{-2} + 2 \cdot \frac{1 - 1.06^{-2}}{0.06} \cdot 1.06^{-4}\right]$$
$$x = 5000$$

- **التمرين العاشر:**

- إيجاد جملة الدفعات عند آخر دفعة علما أنه لدينا 10 دفعات خلال 20 سنة

- **الطريقة الأولى:**

لدينا:

- جملة الدفعة الأولى تقدر بـ: $5000 * 1.05^{18}$
- جملة الدفعة الثانية تقدر بـ: $5000 * 1.05^{16}$
- جملة الدفعة الثالثة تقدر بـ: $5000 * 1.05^{14}$
- ....
- جملة الدفعة التاسعة تقدر بـ: $5000 * 1.05^{2}$
- جملة الدفعة العاشرة تقدر بـ: 50000

الدفعة الإجمالية هي مجموع جملة الدفعات الذي يكون مجموع متتالية هندسية ذات الأساس 1.05^2 والتي عدد حدودها 10 وحدها الأول 1 ويقدر بـ:

$$50000 \cdot \frac{[1.05^2]^{10} - 1}{1.05^2 - 1} = 806486.34$$

– الطريقة الثانية:

- نقوم بحساب معدل الفائدة لسنتين المكافئ لـ: 5%:

$$1.05^2 = 1 + i$$
$$i = 10.25\%$$

- نقوم بحساب جملة 10 دفعات نهاية المدة باستعمال معدل الفائدة لسنتين:

$$5000.\frac{1.1025^{10} - 1}{0.1025} = 806486.34$$

الفصل الرابع: استهلاك القروض

1- مفهوم القرض العادي

القرض العادي هو قرض يتم بين طرفين طبيعيين أو اعتباريين، ويسمى هذا النوع من القروض بالقروض غير المجزئة (Emprunts indivis) حيث يحتوي عقد القرض على مُقرض واحد.

في القرض العادي يلتزم المقترض عادة بالشروط الآتية:

- تسديد فوائد بصفة دورية على رأس المال المقترض (أصل القرض) وغير المسددة؛
- تسديد رأس المال المقترض، ويسمى هذا التسديد بـ: "استهلاك القروض"، وقد يتم تسديد القرض دفعة واحدة أو على عدة دفعات في أغلب الأحيان.

فالمدين أو المقترض يقوم دورياً بتسديد دفعة تحتوي على فائدة رأس المال المتبقي مضافاً إليه الاستهلاك. كما يلي:

الدفعة أو القسط السنوي = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك

$$\boldsymbol{a = I_i + M_i}$$

وتتشابه عملية استهلاك القروض بالأقساط الثابتة أو المتساوية مع عملية تسديد القروض بدفعات نهاية المدة، حيث أن في نهاية مدة القرض يكون مجموع الدفعات مساوياً لجملة القرض المدفوع، أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات، فإذا كان:

C_0: قيمة أصل القرض في اللحظة أو الزمن صفر، أي بداية السنة الأولى للتسديد؛

a: الدفعة الثابتة أو القسط الثابت؛

M_i: استهلاله السنة i؛

I_i: الفائدة في السنة i ؛

n: مدة القرض (عدد السنوات)؛

t: معدل القرض.

فإن:

- **الصيغة الرياضية الأصل القرض بدلالة الدفعة الثابتة.**

$$\boldsymbol{C_0 = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

- **الصيغة الرياضية لأصل القرض بدلالة الاستهلاكات.**

$$\boldsymbol{C_0 = \sum_{i=1}^{n} M_i}$$

- **الصيغة الرياضية لأصل القرض بدلالة الاستهلاك الأول.**

$$\boldsymbol{C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^{n}-1}{t}}$$

- **الصيغة الرياضية الدفعة الثابتة بدلالة أصل القرض.**

تُعطى الصيغة العامة لحساب الدفعة أو القسط الثابت بدلالة أصل القرض بالصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{a = C_0 \cdot \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}}$$

$$\boxed{\mathbf{a = M_i + I_i}}$$

2- جدول استهلاك القرض العادي:

إذا رمزنا لعناصر استهلال القروض بالرموز التالية:

C_0: قيمة أصل القرض في اللحظة أو الزمن صفر، أي بداية السنة الأولى للتسديد؛

$a_n, \dots\dots, a_3, a_2, a_1$: الدفعات أو الأقساط المتساوية حيث يدفع القسط الأول سنة بعد إمضاء العقد والثانية سنة من بعد وهكذا، أي أننا أمام دفعات لغاية المدة؛

$M_n, \dots\dots, M_3, M_2, M_1$: الاستهلاكات المتتالية التي تحتويها الدافعة الأولى، الثانية، ...، إلى غاية الدفعة الأخيرةn؛

$C_n, \dots\dots, C_3, C_2, C_1$: رأس المال المتبقي بعد تسديد الدفعة الأولى، الثانية الثالثة، ...، الدفعة الأخيرة n؛

$I_n, \dots\dots, I_3, I_2, I_1$: الفوائد المستحقة على رأس المال المتبقي، بعد كل فترة زمنية؛

n: مدة القرض (عدد السنوات)؛

t: معدل القرض.

فإن جدول استهلال القروض يكون بالشكل الثاني:

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	C_0	$I_1 = C_0 . t$	$a_1 = I_1 + M_1$	M_1	$C_1 = C_0 - M_1$
2	C_1	$I_2 = C_1 \cdot t$	$a_2 = I_2 + M_2$	M_2	$C_2 = C_1 - M_2$
3	C_2	$I_3 = C_2 \cdot t$	$a_3 = I_3 + M_3$	M_3	$C_3 = C_2 - M_3$
.....	.....	......	.....	.....	.....
P-1	C_{P-2}	$I_{p-1} = C_{p-2} \cdot t$	$a_{p-1} = I_{p-1} + M_{p-1}$	M_{p-1}	$C_{p-1} = C_{p-2} - M_{p-1}$
P	C_{P-1}	$I_p = C_{p-1} \cdot t$	$a_p = I_p + M_p$	M_p	$C_p = C_{p-1} - M_p$
P+1	C_P	$I_{p+1} = C_p \cdot t$	$a_{p+1} = I_{p+1} + M_{p+1}$	M_{p+1}	$C_{p+1} = C_{p-1} - M_p$
......	.....	.....	.....	.....	.....
n-1	C_{n-2}	$I_{n-1} = C_{n-2} \cdot t$	$a_{n-1} = I_{n-1} + M_{n-1}$	M_{n-1}	$C_{n-1} = C_{n-2} - M_{n-1}$
n	C_{n-1}	$I_n = C_{n-1} \cdot t$	$a_n = I_n + M_n$	M_n	$C_n = C_{n-1} - M_n$

هـام:

- رأس المال المتبقي في نهاية المادة الاجمالية C_n بعد تسديد القسط الأخير يساوي الصفر (0) أي:

$$\boldsymbol{C_{n-1} = M_n}$$

- الدفعات تبقى دائماً ثابتة ومتساوية القيمة أي أن:

$$\boldsymbol{a_1 = a_2 = a_3 = \cdots \ldots = a_n}$$

- أصل القرض يُساوي مجموع الاستهلاكات، أي أن:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \ldots \ldots \ldots + M_{n-1} + M_n$$

$$\boldsymbol{C_0 = \sum_{i=1}^{n} M_i}$$

- مجموع الأقساط الثابتة تساوي مجموع الفوائد + مجموع الاستهلاكات، أي أن:

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} M_i + \sum_{i=1}^{n} I_n}$$

3- العلاقة بين عناصر استهلاك القرض:

سنحاول في هذه النقطة تبيان العلاقات التي تربط بين مختلف عناصر استهلاك القارض كما يلي:

3-1- العلاقة بين استهلاكين متتاليين:

لدينا:

$$a_n - a_{n-1} = (I_n + M_n) - (\mathrm{I}_{n-1} + M_{n-1})$$
$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = (C_{n-1} \cdot t + M_n) - (C_{n-2} \cdot t + M_{n-1})$$

ومن جدول استهلاك القرض نجد:

$$\mathrm{C}_{n-1} = \mathrm{C}_{n-2} - \mathrm{M}_{n-1}$$
$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = (\mathrm{C}_{n-2} \cdot \mathrm{M}_{n-1}) \cdot t + M_n - (C_{n-2} \cdot t + M_{n-1})$$
$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = C_{n-2} \cdot t - \mathrm{M}_{n-1} \cdot t + M_n - C_{n-2} \cdot t - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = -\mathrm{M}_{n-1} \cdot t + M_n - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = M_n - \mathrm{M}_{n-1}(1 + t)$$

مادام أن الدفعات أو الأقساط متساوية القيمة وثابتة فإن:

$$a_n - a_{n-1} = 0$$

$$\Rightarrow M_n - \mathrm{M}_{n-1}(1 + t) = 0$$

$$\boxed{\boldsymbol{M_n = M_{n-1}(1 + t)}}$$

الفائدة المستحقة في آخر كل فترة زمنية تساوي الأصل في بداية كل فترة زمنية مضروب في معدل الفائدة.

- **مثال:**

قام شخص بتسديد دين (قض بنكي) قيته 100.000 دج على 05 أقساط سنوية متساوية وبمعدل فائدة يقدر بـ 5% سنويا.

- **المطلوب:** شكل جدول استهلاك هذا القرض.

- الحل:

نعلم أن:

$$I_i = C_0 \cdot t$$

$$a = C_0 \cdot \frac{t}{1-(1+t)^{-n}} = 100000 \cdot \frac{0.05}{1-(1+0,05)^{-5}} = 100.000 * 0,23097480$$

المدة	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	100000	5000	23097.48	18097.48	81902.52
2	81902.52	4095.126	23097.48	19002.354	62900.166
3	62900.166	3245.0083	23097.48	19952.4717	42947.6943
4	42974.6943	2147.384715	23097.48	20950.095285	21997.599015
5	21997.599015	1099.87995075	23097.48	21997.60004925	0.00000

3-2- العلاقة بين استهلاكين متعاقبين:

رأينا سالفاً العلاقة بين استهلاكين متتاليين، كما رأينا العلاقة بين الاستهلاكات والاستهلاك الأول، في هذه الحالة سوف نحاول معرفة العلاقة التي تربط استهلاكين متعاقبين وذلك مهما كانت رتبة الاستهلاك الآخر.

لدينا:

$$M_n = M_1(1+t)^{n-1} \ldots\ldots\ldots (1)$$

ليكن P يمثل رتبة الاستهلاك

إذن يمكننا كتابة العلاقة التالية لهذا الاستهلاك بدلالة الاستهلاك الأول كما يلي:

$$M_p = M_1(1+t)^{p-1}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_p}{(1+t)^{p-1}}$$
$$\Rightarrow M_1 = M_p(1+t)^{-(p-1)}$$
$$\Rightarrow M_1 = M_p(1+t)^{-p+1} \ldots\ldots (2)$$

بتعويض المعادلة رقم (2) في المعادلة رقم (1) نجد أن:

$$M_n = M_p(1+t)^{-p+1} \cdot (1+t)^{n-1}$$
$$\Rightarrow M_n = M_p(1+t)^{-p+1+n-1}$$
$$\Rightarrow M_n = M_p(1+t)^{-p+n}$$

وبالتالي:

$$\boxed{M_n = M_p(1+t)^{n-p}}$$

- مثال:

يسدد قرض عن طريق 10 دفعات متساوية، بمعدل فائدة 6%، فلو كان الاستهلاك الرابع قيمته 7825,75دج.

– **المطلوب**: حساب الاستهلاك السادس والاستهلال الثامن بدلالة الاستهلاك الرابع.

– **الحل**:

– حساب الاستهلاك السادس:

$$
\begin{aligned}
& M_n = M_p(1+t)^{n-p} \\
\Rightarrow\ & M_6 = M_4(1+t)^{6-4} \\
\Rightarrow\ & M_6 = M_4(1+t)^2 \\
\Rightarrow\ & M_6 = 7825{,}75 * (1{,}06)^2 \\
\Rightarrow\ & M_6 = 7825{,}75 * 1{,}123600 \\
\Rightarrow\ & M_6 = 8793{,}0127
\end{aligned}
$$

– حساب الاستهلاك الثامن:

$$
\begin{aligned}
& M_n = M_p(1+t)^{n-p} \\
\Rightarrow\ & M_8 = M_4(1+t)^{8-4} \\
\Rightarrow\ & M_8 = M_4(1+t)^4 \\
\Rightarrow\ & M_8 = 7825{,}75 * (1{,}06)^4 \\
\Rightarrow\ & M_4 = 7825{,}75 * 1{,}262477 \\
\Rightarrow\ & M_6 = 9879{,}83
\end{aligned}
$$

3–3– العلاقة بين الاستهلاكات والاستهلاك الأول:

لدينا:

$$
\begin{aligned}
M_2 &= M_1(1+t) \\
M_3 &= M_2(1+t) = M_1(1+t)^2 \\
M_4 &= M_3(1+t) = M_1(1+t)^3 \\
M_n &= M_{n-1}(1+t) = M_1(1+t)^{n-1}
\end{aligned}
$$

إذن:

$$\boxed{\boldsymbol{M_n = M_1(1+t)^{n-1}}}$$

3–4– العلاقة بين الدفعات والاستهلاك:

3–4–1– العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأخير:

نعلم أن قيمة القرض في نهاية المدة بعد تسديد الدافعة الأخيرة تكون معدومة أي أن:

$$C_n = 0$$

وبالتالي ما دام أن:

$$
\begin{aligned}
& C_n = C_{n-1} - M_n \\
\Rightarrow\ & C_{n-1} - M_n = 0 \\
\Rightarrow\ & C_{n-1} = M_n
\end{aligned}
$$

ولدينا كذلك من جدول استهلال القرض أن الفائدة:

$$I_n = C_{n-1}.\, t$$

كما أن قيمة الدفعة الثابتة تساوي قيمة استهلاك السنة زائد قيمة فائدة أي أن:

$$a = I_n + M_n$$
$$\Rightarrow a = C_{n-1} \cdot t + M_n$$
$$\Rightarrow a = M_n \cdot t + M_n$$
$$\Rightarrow a = M_n \cdot (1 + t)$$

إذن العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأخير تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{a = M_n \cdot (1 + t)}}$$

أي أن مبلغ الدفعة يساوي جملة الاستهلاك الأخير لمدة سنة واحدة.

- مثال:

أحسب قيمة الدفعة الثبتة لقرض ما يُسدد على شكل 10 دفعات ثابتة بمعدل فائدة 5%، إذا علمت أن الاستهلاك الأخير من هذا القرض يساوي 17246,52 دج.

- الحل:

$$a = M_n \cdot (1 + t)$$
$$\Rightarrow a = M_{10} \cdot (1{,}05)$$
$$\Rightarrow a = 17246{,}52 \cdot (1{,}05)$$
$$\Rightarrow a = 18108{,}846$$

3-4-2- العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول:

لدينا من العلاقات السابقة:

$$a = M_n \cdot (1 + t) \ldots\ldots (1)$$
$$M_n = M_1 (1 + t)^{n-1} \ldots\ldots (2)$$

بتعويض المعادلة رقم (2) في المعادلة رقم (1) نجد أن:

$$a = \mathrm{M}_1 (1 + t)^{n-1} \cdot (1 + t)$$
$$\Rightarrow a = \mathrm{M}_1 (1 + t)^n$$

وبالتالي فإن العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{a = \mathrm{M}_1 (1 + t)^n}}$$

3-4-3- العلاقة بين الدافعة واستهلاك ما:

لدينا:

$$a = M_n.\, (1 + t) \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$M_n = M_p (1 + t)^{n-p} \ldots\ldots\ldots (2)$$

بتعويض المعادلة رقم (2) في المعادلة رقم (1) نجد:

$$a = M_p(1+t)^{n-p}.(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_p(1+t)^{n-p+1}$$

إذن الصيغة العامة للعلاقة بين الدافعة واستهلاك ما تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{a = M_p(1+t)^{n-p+1}}}$$

– **مثال**:

يسدد قرض بواسطة 8 دفعات متساوية بمعدل فائدة 5% سنوياً، إذا كان الاستهلاك الخامس يساوي 3489,67دج

– **المطلوب**: أحسب قيمة الدفعة الثابتة

– **الحل**:

$$a = M_p(1+t)^{n-p+1}$$
$$\Rightarrow a = M_5(1+t)^{8-5+1}$$
$$\Rightarrow a = 3489{,}67 \cdot (1{,}05)^{8-5+1}$$
$$\Rightarrow a = 3489{,}67 \cdot (1{,}05)^{4}$$
$$\Rightarrow a = 4241{,}71\ DA$$

3–5– العلاقة بين القرض والاستهلاك الأول:

نعلم أن مجموع الاستهلاكات ليساوي أصل القرض، أي أن:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots + M_{n-1} + M_n$$
$$C_0 = M_1 + M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + \cdots \ldots + M_1(1+t)^{n-2} + M_1(1+t)^{n-1}$$

وبالتالي فإن مجموع الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية أساسها$r = (1+t)$ ، وحدها الأول هو الاستهلاك الأول

M_1 ونعلم أن مجموع متتالية هندسية يعطى بالعلاقة الرياضية التاليةM

$$S = U_0 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$
$$\Rightarrow C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$
$$\Rightarrow C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\boxed{\boldsymbol{C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}}}$$

– **مثال**:

إذا كان الاستهلاك الأول قيمته 4525,34 دج وكان معدل الفائدة 5%، لقرض يسدد على شكل 8 دفعات متساوية

– **المطلوب**: أحسب قيمة هذا القرض

– **الحل**:

$$C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 4525{,}34 \frac{(1{,}05)^8 - 1}{0{,}05}$$
$$\Rightarrow C_0 = 4525{,}34 * 9{,}5491089$$
$$\Rightarrow C_0 = 43212{,}96\ DA$$

3-6- العلاقة بين أصل القرض والدفعات الثابتة:

لدينا:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t} \dots\dots\dots\dots (1)$$
$$a = \mathrm{M}_1 (1+t)^n \Rightarrow \mathrm{M}_1 = \frac{a}{(1+t)^n} = a(1+t)^{-n} \dots\dots\dots (2)$$

من المعادلتين (1) و(2) نجد أن:

$$C_0 = a(1+t)^{-n} \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = a \frac{(1+t)^{-n}(1+t)^n - (1+t)^{-n}}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

إذن الصيغة العامة للعلاقة بين أصل القرض والدفعات الثابتة تعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{C_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}}}$$

ومنه نعتبر أن أصل القرض هو عبارة عن القيمة الحالية لمتتالية الدفعات المتساوية، وانطلاقا من العلاقة بين أصل القرض وقيمة الدفعة يمكننا استنتاج العلاقة التي تحسب بها قيمة الدفعة انطلاقا من أصل القرض.

$$\boxed{\boldsymbol{a = C_0 \frac{t}{1 - (1+t)^{-n}}}}$$

3-7- العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات:

لدينا: قيمة الدفعة الثابتة تساوي مبلغ الاستهلاك + قيمة فائدة السنة.

أي:

$$a_i = M_i + I_i$$
$$I_i = a_i - M_i$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = (a_{n-1} - M_{n-1}) - (a_n - M_n)$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = a_{n-1} - M_{n-1} - a_n + M_n$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = -M_{n-1} + M_n$$

لأن الدفعات ثابتة ومتساوية:

$$I_{n-1} - I_n = -M_{n-1} + M_n$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_n - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot (1+t) - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_{n-1} + M_{n-1} \cdot t - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$

إذن:

$$\boxed{\boldsymbol{I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t}}$$

3-8- أصل القرض المسدد إلى غاية تسديد الدفعة (P):

نرمز للمبلغ المسدد من أصل القرض إلى غاية تسديد الدفعة (P) بـ: (R_P) وهو يساوي مجموع الاستهلاكات المدفوعة إلى غاية تلك المادة.

$$R_p = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \ldots + M_p$$

بما أن الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+t)$ وحدها الأول M_1، فإن:

$$R_p = M_1 + M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + \cdots \ldots + M_p(1+t)^{p-1}$$

مجموع حدود المتتالية الهندسية يعطينا العلاقة التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{R_p = M_1 \cdot \frac{(1+t)^p - 1}{t}}}$$

3-9- أصل المبلغ المتبقي بعد تسديد الدفعة (P):

إذا رمزنا لرأس المال المتبقي بالرمز C_p، فإن:

$$\boxed{\boldsymbol{C_p = C_0 - R_p}}$$

تمارين الفصل الرابع.

– التمرين الأول:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

فائدة السنة الأولى = 1000 دج

الاستهلال الثاني = 3087.37 دج

الفرق بين فائدة السنة الأولى وفائدة السنة الثانية = 147.02 دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛
- مبلغ الدافعة الثابتة؛
- مبلغ القرض.

– التمرين الثاني:

من جدول استهلال قرض يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة لنهاية المدة استخرجت المعلومات التالية:

مبلغ الاستهلاك الرابع = 179589.68 دج.

مبلغ الدفعة = 201786.97 دج

المطلوب:

- أحسب معدل الفائدة؛
- حدد مبلغ القرض (يؤخذ المبلغ الصحيح)؛
- أنجز السطرين الأول والأخير من جدول استهلاك القروض.

– التمرين الثالث:

من أجل مسايرة الأوضاع الاجتماعية قررت إدارة المؤسسة زيادة طاقتها الإنتاجية ولهذا الغرض اقرضت مبلغا إضافيا قدره (a) يسدد على 6 أقساط سنوية متساوية فإذا علمت أن:

$$I_3 - I_4 = 1018,42$$

وقيمة القسط المتساوي هي 11883.8 دج، والاستهلاك الرابع = 7807.86 دج

المطلوب:

- أحسب معدل الفائدة المركبة؛
- أنجز السطرين الأول والرابع من جدول الاستهلاك.

– التمرين الرابع:

تسعى إدارة المؤسسة التجارية إلى زيادة طاقة إنتاجها عن طريق اقتناء تجهيزات إنتاج جديدة لهذا الغرض قترضت مبلغا

إضافيا قدره (X) يسدد بواسطة 9 أقساط سنوية متساوية بمعدل فائدة مركبة 15% سنويا.

إذا علمت أن رصيد القرض في نهاية السنة الأولى 564255.6 دج، والفرق بين فاندي السنة الأولى والسنة الثانية يساوي 5361.66 دج

المطلوب:

- أحسب مبلغ الدفعة الثابتة؛
- أنجز السطر الأول والأخير من جدول استهلال القرض.

- التمرين الخامس:

من جدول استهلال قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

فائدة السنة من قبل الأخيرة = 3984.92 دج

فائدة السنة الأخيرة = 2087.34 دج

الفرق بين فائدتي السنة الأولى والثانية 1296.06دج.

المطلوب:

- ماذا يمثل الفرق بين فاندي سنتين متتاليتين؛
- أحسب معدل الفائدة؛
- أحسب الاستهلال الأخير؛
- أحسب الدافعة الثابتة؛
- أحسب الاستهلاك الأول؛
- أحسب مبلغ القرض.

- التمرين السادس:

قرض يستهلك بواسطة 10 أقساط ثابتة سنوية بمعدل فائدة 8% سنويا. من جدول استهلاك القرض استخرجنا رصيد القرض في نهاية السنة السادسة الذي بلغ 493604.55 دج.

المطلوب:

- أحسب القسط الثابت؛
- أنجز السطر الأخير ثم السطر السادس من جدول استهلال هذه القرض.

- التمرين السابع:

قرض يسدد بواسطة 10 أقساط ثابتة سنوية بمعدل فائدة مركبة 9% سنويا حيث يدفع القسط الأول في نهاية السنة الأولى. بلغ مجموع الاستهلاكات المسددة من أصل القرض بعد تسديد الدفعة الخامسة 393914.16 دج.

المطلوب:

- أحسب الاستهلال الأول؛
- أحسب أصل القرض؛
- أحسب بقية عناصر السطر الأول من جدول استهلاك القروض؛
- إظهار الأسطر الأول والسادس والأخير من جدول استهلاك القرض.

– التمرين الثامن:

قرض يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة تدافع الأولى منها في نهاية السنة الأولى من تاريخ استلام القرض فإذا علمت أن مجموع الاستهلاكات: $M_2 + M_3 + M_4 = 9558,7\ DA$

المطلوب: أحسب بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا وعلى الترتيب:

- الاستهلاك الأول؛
- المبلغ الباقي بعد الدفعة الثالثة؛
- أحسب أصل القرض؛
- قدم السطرين الأول والثاني من جدول الاستهلاك.

– التمرين التاسع:

من جدول استهلاك قرض عادي استخرجنا المعلومات التالية:

$$M_1 = 69029{,}49DA; \qquad M_9 = 127768{,}77DA$$

المطلوب:

- أحسب الاستهلاك الخامس علما أن: $M_5 = \sqrt{M_1 \cdot M_9}$؛
- أحسب المعدل السنوي؛
- أحسب القسط الثابت علما أن القرض يستهلك عن طريق 10 أقساط عائلة متساوية؛
- أحسب أصل القرض؛
- أثبت صحة العلاقة: $5M_5 = \sqrt{M_1 \cdot M_9}$.

– التمرين العاشر:

اقترضت المؤسسة مبلغ 1000000 يسدد بدفعات ثابتة خلال 15 سنة بمعدل فائدة مركبة 96% سنويا

المطلوب:

- أحسب مبلغ الاستهلاك العاشرة؛
- أحسب المبلغ المسدد من القرض بعد دفع المدافعة العاشرة؛

- أحسب المبلغ المتبقي تسديده من القرض بعد دفع المدافعة الثانية عشرة؛
- أحسب الفوائد المتضمن في الدافعة الأخيرة.

- التمرين الحادي عشر:

اقترضت المؤسسة في 1992/01/01 مبلغ قدره 150000 يسدد بواسطة دفعات ثابتة خلال 4 سنوات بمعدل 10%.

المطلوب:

- أحسب مبلغ الدافعة الثابتة؛
- أخر جدول استهلاك هذا القرض.

- التمرين الثاني عشر:

قرض يسدد بوسطة 6 دفعات ثابتة الدافعة الأولى مستحقة في نهاية السنة الأولى من استلام القرض مقدار الدافعة الثانية هو 108157.7 دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- الاستهلاك الأخيرة؛
- معدل القرض؛
- الاستهلاك الأول؛
- مبلغ القرض.

يعطى: $(1+t)^{-1} = 0,9259259 \qquad (1+t)^5 = 1,46932808,$

- التمرين الثالث عشر:

من جدول استهلاك لقرض عادي إليك المعلومات التالية:

$$\begin{cases} C_1 = 142095,75\text{DA} \\ I_3 = 10684,73\text{DA} \\ I_4 = 9947,17\text{DA} \\ t = 8\% \end{cases}$$

المطلوب: أحسب:

- الاستهلاك الأول؛
- أصل القرص؛
- الدفعة الثابتة.

- التمرين الرابع عشر:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

$$\frac{M_3}{M_1} = 1,1025$$
$$I_1 - I_3 = 4100DA$$

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- الاستهلاك الأول؛
- معدل الفائدة؛
- أصل المبلغ؛
- قيمة الدافعة؛
- أنجز السطر الأول والرابع والأخير من جدول الاستهلاك.

- التمرين الخامس عشر:

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة استخرجنا ما يلي:

رصيد نهاية السنة الثانية = 200255 دج.

رصيد نهاية السنة الرابعة = 73205 دج

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛
- الدفعة الثابتة؛
- الاستهلاك الأول؛
- أصل القرض.

- التمرين السادس عشر:

قرض قيمته الاسمية C_0 يُسدد بواسطة 10 دفعات سنوية ثابتة. لديك المعلومات التالية المستخرجة من جدول استهلاك هذا القرض كما يلي:

$$M_3 = 23460,22\ DA$$
$$M_6 = 30381,61\ DA$$

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛
- رأس المال المقترض؛

- قيمة الدفعة؛
- المبلغ المتبقي بعد تسديد الدفعة السابعة؛
- تقديم جزء من جدول الاستهلاك المتعلق بالاستحقاقات الثلاثة الأخيرة.

- **التمرين السابع عشر:**

قرض يسدد بواسطة 9 دفعات ثابتة تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الحصول على القرض إذا علمت أن:

$$a = 1075,92\ DA$$
$$M_9 - M_1 = 278,61\ DA$$

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- الاستهلاك الأخيرة؛
- معدل القرض؛
- أصل القرض.

يعطى: $(1+t)^8 = 1,368569$

- **التمرين الثامن عشر:**

من جدول استهلاك لقرض عادي يسدد بواسطة 8 أقساط ثابتة سنوية استخرجنا المعلومات التالية:

فائدة السنة الثانية = 18251.1 دج.

فائدة السنة الثالثة = 16327.3 دج.

المبلغ المتبقي سداده في السنة الأول = 182511 دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب: – معدل القرض؛

- الاستهلاك الأول؛
- القسط الثابت؛
- أصل القرض؛
- السطر الأخير من جدول الاستهلاك.

- **التمرين التاسع عشر:**

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد عن طريق دفعات ثابتة تستخرج المعلومات التالية:

رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة = 535674.26 دج.

رصيد القرض في نهاية السنة الرابعة = 365553.12 دج.

رصيد القرض في نهاية السنة الخامسة = 187130.07 دج.

المطلوب:

- ماذا يمثل الفروق التالية: $(C_3 - c_4)$ و$(C_4 - C_5)$
- أحسب معدل القرض؛
- أحسب قيمة الدفعة؛
- أحسب قيمة القرض؛
- قدم الأسطر الثلاثة الأولى من جدول الاستهلاك.

- التمرين العشرون:

لتمويل عملياتها، تعاقدت شركة تجارية مع البنك للحصول على قرض يسدد بـ 6 دفعات ثابتة سنوية مؤخرة السداد. في جدول الاستهلاك الذي قدمه البنك نقرأ البيانات التالية:

$$a = 20336{,}3\ DA$$
$$M_6 = 19185{,}00\ DA$$
$$\mathrm{n} = 6$$

المطلوب: أحسب:

- معدل الفائدة؛
- مبلغ القرض؛
- اعداد جدول الاستهلاك (يتم تقريب الحسابات لرقمين بعد الفاصلة).

حلول تمارين الفصل الرابع:

- التمرين الأول:

$I_1 = 1000DA$ ....(1)

$M_2 = 3087,37DA$ ....(2)

$I_1 - I_2 = 147,02$ ....(3)

- حساب معدل القرض:

من المعادلة (1) و(3) نجد أن:

$$1000 - I_2 = 147,02 \Rightarrow I_2 = 852,98DA$$

لدينا:

$$I_{\text{n}-1} - I_{\text{n}} = M_{\text{n}-1}.t$$
$$\Rightarrow I_1 - I_2 = M_1.t$$
$$\Rightarrow M_1.t = 147.02 \dots \dots (4)$$

ولدينا:

$$M_n = M_{n-1} \cdot (1+t)$$
$$\Rightarrow M_2 = M_1 \cdot (1+t)$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_2}{(1+t)} \text{......(5)}$$

من المعادلة (4) و(5) نجد أن:

$$\frac{M_2}{(1+t)} \cdot t = 147,02$$
$$\Rightarrow M_2 \cdot t = 147,02 \cdot (1+t)$$
$$\Rightarrow 3087,37 \cdot t = 147,02 + 147,02 \cdot t$$
$$\Rightarrow 2940,35 \cdot t = 147,02$$
$$\Rightarrow t = 0,05 = 5\%$$

- حساب مبلغ الدفعة الثابتة:

لدينا:

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_2 + M_2$$
$$\Rightarrow a = 852,98 + 3087,37$$
$$\Rightarrow a = 3940,35\ DA$$

- حساب مبلغ القرض:

$$I_1 = C_0 \cdot t$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{I_1}{t} = \frac{1000}{0,05} = 20000\text{DA}$$

– التمرين الثاني:

$$\begin{cases} n = 5 \\ M_4 = 179589,68\ DA \\ a = 201786,97\ DA \end{cases}$$

– حساب معدل الفائدة:

لدينا العلاقة بين الدفعة والاستهلاك ما يلي:

$$a = M_p \cdot (1+t)^{n-p+1}$$
$$\Rightarrow a = M_4 \cdot (1+t)^{5-4+1}$$
$$\Rightarrow a = M_4 \cdot (1+t)^2$$
$$\Rightarrow (1+t)^2 = \frac{a}{M_4}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \sqrt{\frac{a}{M_4}}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \sqrt{\frac{201786,97}{179589,68}}$$
$$\Rightarrow (1+t) = 0,06 = 6\%$$

– حساب مبلغ القرض:

$$C_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 201786,97\frac{1-(1,06)^{-5}}{0.06}$$

– القيمة $\frac{1-(1,06)^{-5}}{0.06}$ تستخرج من الجدول المالي رقم (4) وذلك بتقاطع معدل الفائدة 6% مع السنة الخامسة فنجد أن:

$$\frac{1-(1,06)^{-5}}{0.06} \to 4,2123638$$
$$\Rightarrow C_0 = 201786,97 * 4,2123638$$
$$\Rightarrow C_0 = 850000\ DA$$

– انجاز السطر الأول والأخير من جدول الاستهلاك:

$$I_1 = C_0 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_1 = 850000 * 0,06$$
$$\Rightarrow I_1 = 51000\ DA$$

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow M_1 = a - I_1$$
$$\Rightarrow M_1 = 201786,97 - 51000$$
$$\Rightarrow M_1 = 150786,79DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_1 = 850000 - 150786,79$$
$$\Rightarrow C_1 = 699213,03\ DA$$

– بيانات السطر الأخير من جدول الاستهلاك:

$$\Rightarrow C_5 = 0 \Rightarrow C_4 = M_5$$
$$M_5 = M_4(1 + t)$$
$$\Rightarrow M_5 = 179589,68(1,06)$$
$$\Rightarrow M_5 = 190365,06DA$$
$$C_4 = M_5 = 190365,06$$
$$I_5 = C_4 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_5 = 190365,06 * 0,06$$
$$\Rightarrow I_5 = 11421,90\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	850000	51000	201786.97	150786.97	699213.03
2	………..	………..	………..	………..	………..
3	………..	………..	………..	………..	………..
4	………..	………..	………..	………..	………..
5	190365.06	11421.90	201786.97	190365.06	0.00

– التمرين الثالث:

$$n = 6$$
$$I_3 - I_4 = 1018,42$$
$$a = 11883,8$$
$$M_4 = 7807,86$$

لدينا:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$
$$\Rightarrow I_3 - I_4 = M_3 \cdot t$$
$$\Rightarrow M_3 \cdot t = 1018,42$$

ولدينا:

$$\begin{aligned} & a = I_i + M_i \\ & \Rightarrow a = I_4 + M_4 \\ & \Rightarrow I_4 = a - M_4 \\ & \Rightarrow I_4 = 11883{,}8 - 7807{,}86 \\ & \Rightarrow I_4 = 4075{,}94 \end{aligned}$$

ولدينا كذلك:

$$\begin{aligned} & I_3 - I_4 = 1018{,}42 \\ & \Rightarrow I_3 = 5094{,}36 \end{aligned}$$

إذن:

$$a = I_3 + M_3$$

$$\Rightarrow M_3 = a - I_3 = 11883{,}8 - 5094{,}36 = 6789{,}44DA$$

$$M_3 \cdot t = 1018{,}42 \Rightarrow t = \frac{1018{,}42}{M_3} = \frac{1018{,}42}{6789{,}44} = 0{,}15 = 15\%$$

- انجاز السطرين الأول والرابع من جدول الاستهلاك:

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	**44974.03**	**6746.10**	**11883.8**	**5133.79**	**39840.23**
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	**27127.46**	**4075.94**	**11883.8**	**7807.86**	**19319.60**
5	....	....	....	....	....
6	....	....	....	....	....

- تبرير الحسابات:

$$C_0 = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 11883{,}8 * \frac{1-(1{,}15)^{-6}}{0{,}15} = 44974{,}03$$

$$M_4 = M_1 \cdot (1+t)^3$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_4}{(1+t)^3} = \frac{7807{,}86}{(1{,}15)^3} = 5133{,}79DA$$

$$I_1 = C_0 \cdot t = 44974{,}03 * 0{,}15 = 6746{,}10DA$$

$$C_p = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-(n-p)}}{t}$$

$$C_4 = 11883{,}8 \cdot \frac{1-(1{,}15)^{-(6-4)}}{0{,}15}$$

$$\Rightarrow C_4 = 19319{,}60DA$$

$$C_4 = C_3 - M_4$$

$$\Rightarrow C_3 = C_4 + M_4$$

$$\Rightarrow C_3 = 19319{,}60 + 7807{,}86$$

$$\Rightarrow C_3 = 27127{,}46\ DA$$

– التمرين الرابع:

$$\begin{cases} n = 9 \\ t = 15\% \\ C_1 = 564255{,}6 \\ I_1 - I_2 = 5361{,}66 \end{cases}$$

– حساب مبلغ الدفعة الثابتة:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$

$$\Rightarrow I_1 - I_2 = M_1 \cdot t$$

$$\Rightarrow M_1 \cdot t = 5361{,}66$$

$$\Rightarrow 0{,}15 \cdot M_1 = 5361{,}66$$

$$\Rightarrow M_1 = 35744{,}4$$

لدينا:

$$a = M_1 \cdot (1+t)^n$$

$$\Rightarrow a = 35744{,}4 \cdot (1{,}15)^9$$

$$\Rightarrow a = 125744{,}38\ DA$$

– انجاز السطر الأول والأخير من جدول الاستهلاك:

$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = C_1 + M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = 564255{,}6 + 35744{,}4$$
$$\Rightarrow C_0 = 600000DA$$
$$I_1 = C_0 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_1 = 600000 * 0{,}15$$
$$\Rightarrow I_1 = 90000\ DA$$

– المعلومات المستخرجة من السطر الأخير من جدول الاستهلاك:

في السطر الأخير من جدول الاستهلاك يكون رأس المال المتبقي في نهاية السنة التاسعة، بعد تسديد القسط الأخير يساوي الصفر (0) أي أن:

$$C_9 = 0 \Rightarrow C_8 = M_9$$

$$M_9 = M_1 \cdot (1+t)^8$$

$$\Rightarrow M_9 = 35744{,}4 \cdot (1{,}15)^8$$

$$\Rightarrow M_9 = 109342{,}94DA = C_8$$

$$I_9 = C_8 \cdot t$$

$$\Rightarrow I_8 = 109342{,}94 * 0{,}15$$

$$\Rightarrow I_8 = 16401{,}44\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	**600000**	**90000**	**125744.38**	**35744.4**	**564255.6**
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	....	....	....	....	....
7	....	....	....	....	....
8	....	....	....	....	....
9	**109342.94**	**16401.44**	**125744.38**	**109342.94**	**0.000**

– التمرين الخامس:

$$\begin{cases} I_{n-1} = 3984{,}92 \\ I_n = 2087{,}34 \\ I_1 - I_2 = 1296{,}06 \end{cases}$$

– ماذا يمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين:

لدينا:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$

$$\Rightarrow I_1 - I_2 = M_1 \cdot t$$

إذن الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين يمثل استهلاك السنة السابقة مضروب في معدل القرض (معدل الفائدة)

- حساب معدل القرض (الفائدة):

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$
$$\Rightarrow M_{n-1} \cdot t = 3984,92 - 2087,34$$
$$\Rightarrow M_{n-1} \cdot t = 1897.58 \ldots.(1)$$
$$I_1 - I_2 = M_1 \cdot t$$
$$\Rightarrow M_1 \cdot t = 1296.06 \ldots\ldots(2)$$

بقسمة المعادلة (1) على (2) نجد:

$$\frac{M_{n-1} \cdot t}{M_1 \cdot t} = \frac{1897,58}{1296,06}$$
$$\Rightarrow \frac{M_{n-1}}{M_1} = 1,464114$$
$$\Rightarrow M_{n-1} = 1,464114 * M_1 \ldots\ldots(3)$$

لدينا فائدة السنة الأخيرة تعطى بالعلاقة التالية:

$$I_n = C_{n-1} \cdot t$$

كما أن في السنة الأخيرة من استهلاك القرض يكون الرصيد المتبقي معدوم أي:

$$C_n = 0 \Rightarrow C_{n-1} = M_n$$

وبالتالي:

$$I_n = M_n \cdot t$$
$$M_n = M_{n-1}(1+t) \ldots\ldots\ldots(4)$$

لدينا:

$$M_n \cdot t = I_n = 2087,34$$
$$\Rightarrow M_{n-1}(1+t) \cdot t = 2087,34$$
$$\Rightarrow \frac{1897,58}{t}(1+t) \cdot t = 2087,34$$
$$\Rightarrow 1897,58(1+t) = 2087,34$$
$$\Rightarrow (1+t) = 1,1000000$$
$$\Rightarrow t = 0,1 = 10\%$$

- حساب الاستهلاك الأخير:

$$M_n \cdot t = 2087,34$$

$$\Rightarrow M_n = \frac{2087{,}34}{t}$$

$$\Rightarrow M_n = \frac{2087{,}34}{0{,}1}$$

$$\Rightarrow M_n = 20873{,}4\ DA$$

- حساب الدفعة الثابتة:

$$a_i = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_n + M_n$$

$$\Rightarrow a = 2087{,}34 + 20873{,}4$$

$$\Rightarrow a = 22960{,}74\ DA$$

- حساب الاستهلاك الأول:

$$M_1 \cdot t = 1296{,}06$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{1296{,}06}{t}$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{1296{,}06}{0{,}1}$$

$$\Rightarrow M_1 = 12960{,}6\ \mathrm{DA}$$

- حساب مبلغ القرض:

$$a = I_1 + M_1$$

$$\Rightarrow I_1 = a - M$$

$$\Rightarrow I_1 = 22960{,}74 - 12960{,}6$$

$$\Rightarrow I_1 = 10000 DA$$

$$\Rightarrow I_1 = C_0 \cdot t = 10000$$

$$C_0 = \frac{10000}{0{,}1}$$

$$C_0 = 100000\ DA$$

- التمرين السادس:

$$\begin{cases} n = 10 \\ t = 8\% \\ C_6 = 493604{,}55\ DA \end{cases}$$

- حساب القسط الثابت:

$$C_p = a.\frac{1 - (1+t)^{-(n-p)}}{t}$$

$$\Rightarrow a \cdot \left[1-(1+t)^{-(n-p)}\right] = C_p \cdot t$$

$$\Rightarrow a = C_p \cdot \frac{t}{1-(1+t)^{-(n-p)}}$$

$$\Rightarrow a = C_6 \cdot \frac{t}{1-(1+t)^{-(10-6)}}$$

$$\Rightarrow a = 493604{,}55 \cdot \frac{0{,}08}{1-(1{,}08)^{-(4)}}$$

$$\Rightarrow a = 149604{,}55\ DA$$

- انجاز السطر الأخير ثم السطر السادس من جدول استهلاك هذا القرض:

$$C_{10} = 0 \Rightarrow C_9 = M_{10}$$

$$C_p = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-(n-p)}}{t} \Rightarrow C_9 = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-(10-9)}}{t}$$

$$\Rightarrow C_9 = 49604{,}55 \cdot \frac{1-(1{,}05)^{-(1)}}{0{,}05}$$

$$\Rightarrow C_9 = 137990{,}25\ DA$$

$$C_9 = M_{10} \Rightarrow M_{10} = 137990{,}25\ \text{DA}$$

$$I_{10} = C_9 . t$$

$$\Rightarrow I_{10} = 137990{,}25 * 0{,}08$$

$$\Rightarrow I_{10} = 11039{,}22\ DA$$

$$C_6 = 493604{,}55\ DA$$

$$a = M_p \cdot (1+t)^{n-p+1}$$

$$\Rightarrow a = M_6 \cdot (1+t)^{10-6+1}$$

$$\Rightarrow M_6 = \frac{a}{(1+t)^5}$$

$$\Rightarrow M_6 = \frac{149604{,}55}{(1{,}08)^5}$$

$$\Rightarrow M_6 = 101426{,}96\ DA$$

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_6 + M_6$$

$$\Rightarrow I_6 = a - M_6$$

$$\Rightarrow I_6 = 149604{,}55 - 101426{,}96$$

$$\Rightarrow I_6 = 48177{,}59\ DA$$

$$C_6 = C_5 - M_6$$

$$\Rightarrow C_5 = C_6 + M_6$$

$$\Rightarrow C_5 = 493604{,}55 + 101426{,}96$$

$$\Rightarrow C_5 = 595031{,}51\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	………..	………..	………..	………..	………..
2	………..	………..	………..	………..	………..
3	………..	………..	………..	………..	………..
4	………..	………..	………..	………..	………..
5	595031.51	48177.59	149029.48	101426.96	493604.55
6	………..	………..	………..	………..	………..
7	………..	………..	………..	………..	………..
8	………..	………..	………..	………..	………..
9	………..	………..	………..	………..	………..
10	137990.26	11039.22	149029.48	137990.26	0.00

– التمرين السابع:

$$\begin{cases} n = 10 \\ t = 9\% \\ M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = 393914{,}16 \end{cases}$$

– حساب الاستهلاك الأول:

أصل القرد المسدد إلى غاية الدفعة الخامسة هو:

$$R_5 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = 393914{,}16$$

لدينا:

$$R_p = M_1 \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_5 = M_1 \frac{(1+t)^5 - 1}{t}$$

$$\Rightarrow M_1 = R_5 \frac{t}{(1+t)^5 - 1}$$

$$\Rightarrow M_1 = 393914{,}16 \frac{0{,}09}{(1{,}09)^5 - 1}$$

$$\Rightarrow M_1 = 65820{,}08\ DA$$

- حساب أصل القرد:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 65820{,}08 \cdot \frac{(1{,}09)^{10} - 1}{0{,}09}$$
$$\Rightarrow C_0 = 1000000\ DA$$

- حساب بقية عناصر السطر الأول من جدول استهلاك القرض:

$$I_1 = C_0 \cdot t$$
$$I_1 = 1000000 * 0{,}09$$
$$I_1 = 90000DA$$
$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow a = 90000 + 65820{,}08$$
$$\Rightarrow a = 155820{,}08DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_1 = 1000000 - 65820{,}08$$
$$\Rightarrow C_1 = 934179{,}92\ DA$$

اظهار السطر الأول والسادس والأخير:

$$C_5 = C_0 - R_5$$
$$\Rightarrow C_5 = 1000000 - 393914{,}16$$
$$\Rightarrow C_5 = 606085{,}84DA$$
$$I_6 = C_5 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_6 = 606085{,}84 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_6 = 54547{,}72\ DA$$
$$M_6 = M_1 \cdot (1+t)^5$$
$$M_6 = 65820{,}08 \cdot (1{,}09)^5$$
$$M_6 = 101272{,}35\ DA$$
$$C_6 = C_5 - M_6$$
$$\Rightarrow C_6 = 606085{,}84 - 101272{,}35$$
$$\Rightarrow C_6 = 504813{,}49\ DA$$

- السطر الأخير:

$$C_{10} = 0 \Rightarrow M_{10} = C_9$$
$$M_{10} = M_1 \cdot (1+t)^9$$
$$\Rightarrow M_{10} = 65820{,}08 \cdot (1{,}09)^9$$
$$\Rightarrow M_{10} = 142954{,}19\ DA$$
$$\Rightarrow C_9 = 142954{,}19\ DA$$

$$I_{10} = C_9 \cdot t$$
$$I_{10} = 142954{,}19 * 0{,}09$$
$$I_{10} = 12865{,}88\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	**100000**	**90000**	**155820.08**	**65820.08**	**934179.92**
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	**606085.84**	**54547.72**	**155820.08**	**101272.35**	**504813.49**
7	....	....	....	....	....
8	....	....	....	....	....
9	....	....	....	....	....
10	**142954.19**	**12865.88**	**155820.08**	**142954.19**	**0.00**

– التمرين الثامن:

$$\begin{cases} n = 6 \\ M_2 + M_3 + M_4 = 9558{,}7 \\ t = 8\% \end{cases}$$

– حساب الاستهلاك الأول:

$$M_2 + M_3 + M_4 = 9558{,}7$$
$$\Rightarrow M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + M_1(1+t)^3 = 9558{,}7$$
$$\Rightarrow M_1[(1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3] = 9558{,}7$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558{,}7}{[(1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3]}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558{,}7}{[(1{,}08) + (1{,}08)^2 + (1{,}08)^3]}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558{,}7}{[(1{,}08) + 1{,}1664 + 1{,}259712]}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558{,}7}{3{,}506112}$$

$$\Rightarrow M_1 = 2726{,}18\ DA$$

- حساب أصل القرض:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 2726{,}18 \cdot \frac{(1{,}08)^6 - 1}{0{,}08}$$
$$\Rightarrow C_0 = 20000\ DA$$

- حساب المبلغ المتبقي بعد الدفعة الثالثة:

أصل المبلغ المسدد إلى غاية تسديد الدفعة الثالثة هو:

$$R_p = M_1 \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_3 = M_1 \frac{(1+t)^3 - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_3 = 2726{,}18 \cdot \frac{(1{,}08)^3 - 1}{0{,}08}$$
$$\Rightarrow R_3 = 8850{,}27\ DA$$

المبلغ المتبقي بعد الدفعة الثالثة يساوي أصل القرض ناقص أصل المبلغ المسدد إلى غاية تسديد الدفعة الثالثة، أي:

$$C_3 = C_0 - R_3$$
$$\Rightarrow C_3 = 20000 - 8850{,}27$$
$$\Rightarrow C_3 = 11149{,}73 DA$$

- تقديم السطرين الأول والثاني من جدول الاستهلاك:

$$I_1 = C_0 \cdot t$$
$$I_1 = 20000 * 0{,}08$$
$$\Rightarrow I_1 = 1600\ DA$$
$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow a = 1600 + 2726{,}18$$
$$\Rightarrow a = 4326{,}18\ DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_1 = 20000 - 2726{,}18$$

$$\Rightarrow C_1 = 17273{,}82\ DA$$
$$I_2 = C_1 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_2 = 17273{,}82 * 0{,}08$$
$$\Rightarrow I_2 = 1381{,}90\ DA$$
$$C_2 = C_1 - M_2$$
$$\Rightarrow C_2 = C_1 - M_2$$
$$M_2 = M_1(1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_2 = 2726{,}18(1{,}08)^2$$
$$\Rightarrow M_2 = 2944{,}27$$
$$\Rightarrow C_2 = 17273{,}82 - 2944{,}27$$
$$\Rightarrow C_2 = 14329{,}55\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	**20000**	**1600**	**4326.18**	**2726.18**	**17273.82**
2	**17273.82**	**1381.90**	**4326.18**	**2944.27**	**14329.55**

– التمرين التاسع:

$$\begin{cases} M_1 = 69029{,}49DA \\ M_9 = 127768{,}77DA \\ M_5 = \sqrt{M_1 \cdot M_9} \end{cases}$$

– حساب المعدل السنوي:

$$M_9 = M_1 \cdot (1+t)^8$$
$$\Rightarrow 127768{,}77 = 69029{,}49.(1+t)^8$$
$$\Rightarrow (1+t)^8 = 1{,}85093023$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الثامنة، نجد أن القيمة المالية هذه تقابل معدل الفائدة $t = 8\%$.

إذن: $t = 8\%$

– حساب القسط الثابت:

$$n = 10$$
$$a = M_1 \cdot (1+t)^n$$
$$\Rightarrow a = 69029{,}49 \cdot (1{,}08)^{10}$$
$$\Rightarrow a = 69029{,}49 * 2{,}158925$$

$$\Rightarrow a = 149029{,}49\ DA$$

- حساب أصل القرض:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 69029{,}49 \cdot \frac{(1{,}08)^{10} - 1}{0{,}08}$$

من الجدول المالي رقم (3) فإن:

$$\frac{(1{,}08)^{10} - 1}{0{,}08} \rightarrow 14{,}4865625$$

$$\Rightarrow C_0 = 69029{,}49 * 14{,}4865625$$

$$\Rightarrow C_0 = 1000000\ DA$$

- التمرين العاشر:

$$\begin{cases} C_0 = 1000000 DA \\ n = 15 \\ t = 7\% \end{cases}$$

- حساب مبلغ الاستهلاك العاشر:

$$M_{10} = M_1 . (1+t)^9$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_{10}}{(1+t)^9}$$

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{M_{10}}{(1+t)^9} \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = M_{10} \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t)^9 \cdot t}$$

$$\Rightarrow M_{10} \cdot [(1+t)^n - 1] = C_0 \cdot (1+t)^9 \cdot t$$

$$\Rightarrow M_{10} = C_0 \cdot \frac{t}{(1+t)^n - 1} (1+t)^9$$

$$\Rightarrow M_{10} = 1000000 \cdot \frac{0{,}07}{(1{,}07)^{15} - 1} (1{,}07)^9$$

$$\Rightarrow M_{10} = 1000000 * \frac{0{,}07}{1{,}75903154} * 1{,}838459$$

$$\Rightarrow M_{10} = 73160{,}78\ DA$$

- حساب المبلغ المسدد من القرض بعد دفع الدفعة العاشرة:

$$R_p = M_1 \cdot \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$M_1 = \frac{M_{10}}{(1+t)^9} = \frac{73160{,}78}{(1{,}07)^9} = 39794{,}63\ DA$$

$$\Rightarrow R_{10} = 39794{,}63 \cdot \frac{(1{,}07)^{10} - 1}{0{,}07}$$

$$\Rightarrow R_{10} = 39794{,}63 * 13{,}8164480$$

$$\Rightarrow R_{10} = 549820{,}36 DA$$

- حساب المبلغ المتبقي تسديده من القرض بعد دفع الدفعة العاشرة:

$$C_p = a \cdot \frac{1 - (1+t)^{-(n-p)}}{t}$$

Ou

$$C_p = C_0 \cdot \frac{(1+t)^n - (1+t)^p}{(1+t)^n - 1}$$

$$\Rightarrow C_{10} = C_0 \cdot \frac{(1+t)^{15} - (1+t)^{10}}{(1+t)^{15} - 1}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 1000000 \cdot \frac{(1{,}07)^{15} - (1{,}07)^{10}}{(1{,}07)^{15} - 1}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 1000000 \cdot \frac{2{,}75903154 - 1{,}96715135}{1{,}75903154}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 450179{,}64\ DA$$

- حساب الفوائد المتضمن في الدفعة الأخيرة:

في السطر الأخير من جدول استهلاك القرض

$$C_{15} = 0 \Rightarrow M_{15} = C_{14}$$

$$I_{15} = C_{14} \cdot t$$

$$C_{14} = 1000000 \cdot \frac{(1{,}07)^{15} - (1{,}07)^{14}}{(1{,}07)^{15} - 1}$$

$$\Rightarrow C_{14} = 1000000 \cdot \frac{2{,}75903154 - 2{,}57853415}{1{,}75903154}$$

$$\Rightarrow C_{14} = 102611,80DA$$

$$\Rightarrow I_{15} = 102611,80 * 0,07$$

$$\Rightarrow I_{15} = 7182,83\ DA$$

- التمرين الحادي عشر:

$$\begin{cases} C_0 = 150000DA \\ n = 4 \\ t = 10\% \end{cases}$$

- حساب مبلغ الدفعة الثابتة:

$$C_0 = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow a = C_0 \cdot \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$\Rightarrow a = 150000 \cdot \frac{0,1}{1-(1,1)^{-4}}$$

$$\Rightarrow a = 47320,62\ DA$$

- جدول استهلاك القرض:

$$I_1 = C_0 \cdot t$$

$$\Rightarrow I_1 = 150000 * 0,1$$

$$\Rightarrow I_1 = 15000DA$$

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$

$$\Rightarrow M_1 = a - I_1$$

$$\Rightarrow M_1 = 47320,62 - 15000$$

$$\Rightarrow M_1 = 32320,62\ DA$$

$$C_1 = C_0 - M_1$$

$$\Rightarrow C_1 = 150000 - 32320,62$$

$$\Rightarrow C_1 = 117679,38\ DA$$

$$I_2 = C_1 \cdot t$$

$$\Rightarrow I_2 = 117679,38 * 0,1$$

$$\Rightarrow I_2 = 11767,94\ DA$$

$$M_2 = a - I_2$$
$$\Rightarrow M_2 = 47320,62 - 11767,94$$
$$\Rightarrow M_2 = 35552,68\ DA$$
$$C_2 = C_1 - M_2$$
$$\Rightarrow C_2 = 117679,38 - 35552,68$$
$$\Rightarrow C_2 = 82126,70\ DA$$
$$I_3 = C_2 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_3 = 82126,70 * 0,1$$
$$\Rightarrow I_3 = 8212,67\ DA$$
$$M_3 = a - I_3$$
$$\Rightarrow M_3 = 47320,62 - 8212,67$$
$$\Rightarrow M_3 = 39107,95 DA$$
$$C_3 = C_2 - M_3$$
$$\Rightarrow C_3 = 82126,70 - 39107,95$$
$$\Rightarrow C_3 = 43018,75\ DA$$
$$I_4 = C_3 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_4 = 43018,75 * 0,1$$
$$\Rightarrow I_4 = 4301,87\ DA$$
$$M_4 = a - I_4$$
$$\Rightarrow M_4 = 47320,62 - 4301,87$$
$$\Rightarrow M_4 = 43018,75 DA$$
$$C_4 = 0,00$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	150000	15000	47320.62	32320.62	117679.38
2	117679.38	11767.94	47320.62	35552.68	82126.70
3	82126.70	8212.67	47320.62	39107.95	43018.75
4	43018.75	4301.87	47320.62	43018.75	0.00

– التمرين الثاني عشر:

$$\begin{cases} n = 6 \\ a = 108157{,}7 \\ (1+t)^{-1} = 0{,}9259259 \\ (1+t)^{5} = 1{,}46932808 \end{cases}$$

– حساب الاستهلاك الأخير:

$$a = M_n(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_6(1+t)$$
$$\Rightarrow M_6 = \frac{a}{(1+t)}$$
$$\Rightarrow M_6 = a \cdot (1+t)^{-1}$$
$$\Rightarrow M_6 = 108157{,}7 * 0{,}9259259$$
$$\Rightarrow M_6 = 100146{,}01\ DA$$

– حساب معدل القرض:

$$a = M_6(1+t)$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{a}{M_6}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{108157{,}7}{100146{,}01}$$
$$\Rightarrow (1+t) = 1{,}08$$
$$\Rightarrow t = 0{,}08 = 8\%$$

– حساب الاستهلاك الأول:

$$M_6 = M_1(1+t)^{n-1}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_6}{(1+t)^{n-1}}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{100146{,}01}{(1{,}08)^5}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{100146{,}01}{1{,}46932808}$$
$$\Rightarrow M_1 = 68157{,}70\ DA$$

– حساب مبلغ القرض:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 68157{,}70 \cdot \frac{(1{,}08)^6 - 1}{0{,}08}$$

$$\Rightarrow C_0 = 500000\ DA$$

– التمرين الثالث عشر:

$$\begin{cases} C_1 = 142095{,}75DA \\ I_3 = 10684{,}73DDA \\ I_4 = 9947{,}17DA \\ t = 8\% \end{cases}$$

– حساب الاستهلاك الأول:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$

$$\Rightarrow I_3 - I_4 = M_3 \cdot t$$

$$\Rightarrow M_3 \cdot t = 10684{,}73 - 9947{,}17$$

$$\Rightarrow 0{,}08 \cdot M_3 = 737{,}56$$

$$\Rightarrow M_3 = 9219{,}5$$

$$\Rightarrow M_3 = M_1 \cdot (1+t)^2$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_3}{(1+t)^2}$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{9219{,}5}{(1{,}08)^2}$$

$$\Rightarrow M_1 = 7904{,}23\ DA$$

– حساب أصل القرض:

$$C_1 = C_0 - M_1$$

$$\Rightarrow C_0 = C_1 + M_1$$

$$\Rightarrow C_0 = 142095{,}75 + 7904{,}23$$

$$\Rightarrow C_0 = 150000\ DA$$

– حساب قيمة الدفع:

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_3 + M_3$$

$$\Rightarrow a = 9219{,}5 + 10684{,}73$$

$$\Rightarrow a = 19904{,}23\ DA$$

- **التمرين الرابع عشر:**

$$\begin{cases} n = 6 \\ \dfrac{M_3}{M_1} = 1{,}1025 \\ I_1 - I_3 = 4100 \end{cases}$$

- حساب معدل الفائدة:

$$\frac{M_3}{M_1} = 1{,}1025$$
$$\Rightarrow \frac{M_1 \cdot (1+t)^2}{M_1} = 1{,}1025$$
$$\Rightarrow (1+t)^2 = 1{,}1025$$
$$\Rightarrow 1 + t = \sqrt{1{,}1025}$$
$$\Rightarrow 1 + t = 1{,}05$$
$$\Rightarrow t = 0{,}05 = 5\%$$

- حساب الاستهلاك الأول:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = M_1 \cdot t \ldots\ldots\ldots (1) \\ I_2 - I_3 = M_2 \cdot t \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بجمع المعادلتين (1) و(2) نجد:

$$I_1 - I_3 = M_1 \cdot t + M_2 \cdot t = 4100$$
$$\Rightarrow t(M_1 + M_2) = 4100$$
$$\Rightarrow t(M_1 + M_1.(1+t)) = 4100$$
$$\Rightarrow M_1 \cdot t(1 + 1 + t) = 4100$$
$$\Rightarrow M_1 \cdot t(2 + t) = 4100$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{4100}{t(2+t)}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{4100}{0{,}05(2{,}05)}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{4100}{0{,}1025}$$
$$\Rightarrow M_1 = 40000\ DA$$

- حساب أصل المبلغ:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 40000 \cdot \frac{(1{,}05)^6 - 1}{0{,}05}$$

$$\Rightarrow C_0 = 272076{,}51\ DA$$

- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$

$$\Rightarrow a = C_0 \cdot t + M_1$$

$$\Rightarrow a = 272076{,}51 * 0{,}05 + 40000$$

$$\Rightarrow a = 53603{,}82\ DA$$

- انجاز السطر الأول والرابع والأخير من جدول الاستهلاك:

$$M_4 = M_3.(1+t)$$

$$M_3 = M_1 * 1{,}1025$$

$$\Rightarrow M_3 = 40000 * 1{,}1025$$

$$\Rightarrow M_3 = 44100\ DA$$

$$M_4 = 44100 \cdot (1{,}05)$$

$$\Rightarrow M_4 = 46305\ DA$$

$$I_4 = a - M_4$$

$$\Rightarrow I_4 = 53603{,}82 - 46305$$

$$\Rightarrow I_4 = 7298{,}82\ DA$$

$$R_p = M_1 \cdot \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_3 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^3 - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_3 = 40000 \cdot \frac{(1{,}05)^3 - 1}{0{,}05}$$

$$\Rightarrow R_3 = 126100\ DA$$

$$C_3 = C_0 - R_3$$

$$\Rightarrow C_3 = 272076{,}51 - 126100$$

$$\Rightarrow C_3 = 145976{,}51\ DA$$

$$C_4 = C_3 - M_4$$

$$\Rightarrow C_4 = 145976{,}51 - 46305$$

$$\Rightarrow C_4 = 99671{,}51\ DA$$

$$C_6 = 0 \Rightarrow C_6 = C_5 - M_6 = 0$$
$$\Rightarrow C_5 = M_6$$
$$M_6 = M_4 \cdot (1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_6 = 46305 \cdot (1{,}05)^2$$
$$\Rightarrow M_6 = 51051{,}26\ DA$$
$$\Rightarrow C_5 = M_6 = 51051{,}26\ DA$$
$$I_6 = C_5 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_6 = 51051{,}26 * 0 \cdot 05$$
$$\Rightarrow I_6 = 2552{,}56\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	272076.51	13603.82	53603.82	40000	232076.51
2	………..	………..	………..	………..	………..
3	………..	………..	………..	………..	………..
4	145976.51	7298.82	53603.82	46305	99671.51
5	………..	………..	………..	………..	………..
6	51051.26	2550.56	53603.82	51051.26	0.00

– التمرين الخامس عشر:

$$\begin{cases} n = 5 \\ C_2 = 200255 \\ C_4 = 73205 \end{cases}$$

– حساب معدل القرض:

في السطر الأخير من جدول الاستهلاك يكون لدينا:

$$C_5 = 0 \leftrightarrow C_5 = C_4 - M_5 = 0$$
$$\Rightarrow C_4 = M_5 = 73205$$

لدينا:

$$C_3 = C_2 - M_3$$
$$C_4 = C_3 - M_4$$

$$\Rightarrow C_4 = C_2 - M_3 - M_4$$
$$\Rightarrow 73205 = 200255 - M_3 - M_4$$
$$\Rightarrow M_3 + M_4 = 127050 \dots\dots (1)$$

لدينا:

$$M_5 = M_3 \cdot (1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_3 = \frac{M_5}{(1+t)^2} \dots\dots. (2)$$
$$M_5 = M_{4.} \cdot (1+t)$$
$$\Rightarrow M_4 = \frac{M_5}{(1+t)} \dots\dots. (3)$$

بتعويض المعادلتين (2) و(3) في المعادلة (1) نجد:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{M_5}{(1+t)^2} + \frac{M_5}{(1+t)} = 127050$$
$$\Rightarrow \frac{73205}{(1+t)^2} + \frac{73205}{(1+t)} = 127050$$
$$\Rightarrow \frac{73205 + 73205(1+t)}{(1+t)^2} = 127050$$
$$\Rightarrow 73205 + 73205(1+t) = 127050(1+t)^2$$
$$\Rightarrow 127050(1+t)^2 = 73205t + 146410$$
$$\Rightarrow 127050(t^2 + 2t + 1) = 73205t + 146410$$
$$\Rightarrow 127050t^2 + 254100t + 127050 = 73205t + 146410$$
$$\Rightarrow 127050t^2 + 180895t - 19360 = 0$$
$$\Rightarrow 2541t^2 + 3617{,}9t - 387{,}2 = 0$$

حلول المعادلة (4) هي حلول المميز:

$$\Delta = B^2 - 4AC$$
$$\Rightarrow \Delta = (3617{,}9)^2 - 4(2541)(-387{,}2)$$
$$\Rightarrow \Delta = 13089200{,}41 + 3935500{,}8$$
$$\Rightarrow \Delta = 17024701{,}21$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4126{,}1 \text{ ou } \sqrt{\Delta} = -4126{,}1$$

إذن حلول هذه المعادلة هي:

$$t_1 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-3617{,}9 - 4126{,}1}{2(2541)} < 0 \text{ refusée}$$

$$t_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-3617{,}9 + 4126{,}1}{2(2541)} = 0{,}1 > 0 \text{ Acceptée}$$

إذن معدل القرض هو: $t = 10\%$

- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$a = M_5.(1+t)$$
$$\Rightarrow a = 73205.(1{,}1)$$
$$\Rightarrow a = 80525{,}5$$

- حساب الاستهلاك الأول:

$$a = M_1(1+t)^n$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{a}{(1+t)^n}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{80525{,}5}{(1{,}1)^5}$$
$$\Rightarrow M_1 = 50000\ DA$$

- حساب أصل القرض:

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 50000 \cdot \frac{(1{,}1)^5 - 1}{0{,}1}$$
$$\Rightarrow C_0 = 305255\ DA$$

- التمرين السادس عشر:

$$\begin{cases} C_0 = ? \\ n = 10 \\ M_3 = 23460{,}22 \\ M_6 = 30381{,}61 \end{cases}$$

- حساب معدل القرض:

$$\mathrm{M}_6 = \mathrm{M}_3 \cdot (1+\mathrm{t})^3$$
$$\Rightarrow (1+t)^3 = \frac{M_6}{M_3}$$

$$\Rightarrow (1+t)^3 = \frac{30381,61}{23460,22}$$

$$\Rightarrow (1+t)^3 = 1,295111$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الثالثة نجد أن القيمة المالية: (1.295111) تقابل معدل الفائدة 9%

إذن:

$$t = 9\%$$

- حساب رأس المال المقترض:

$$M_3 = M_1 \cdot (1+t)^2$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_3}{(1+t)^2}$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{23460,22}{(1,09)^2}$$

$$\Rightarrow M_1 = 19745,9978\ DA$$

$$C_0 = M_1 * \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 19745,9978 * \frac{(1,09)^{10} - 1}{0,09}$$

$$\Rightarrow C_0 = 299999,57 \cong 300000\ DA$$

- حساب قيمة الدفعة الثابتة السنوية:

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$

$$\Rightarrow a = C_0 \cdot t + M_1$$

$$\Rightarrow a = 300000 * 0,09 + 19745,9978$$

$$\Rightarrow a = 46745,96\ DA$$

- حساب المبلغ المتبقي بعد تسديد الدفعة السابعة:

$$R_p = M_1 \cdot \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_7 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^7 - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_7 = 19745,9978 \cdot \frac{(1,09)^7 - 1}{0,09}$$

$$\Rightarrow R_7 = 181671{,}76\ DA$$
$$C_7 = C_0 - R_7$$
$$\Rightarrow C_7 = 300000 - 181671{,}76$$
$$\Rightarrow C_7 = 118328{,}24$$

- تقديم جزء من جدول الاستهلاك المتعلق بالاستحقاقات الثلاثة الأخيرة:

$$I_8 = C_7 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_8 = 118328{,}24 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_8 = 10649{,}54\ DA$$
$$M_8 = a - I_8$$
$$\Rightarrow M_8 = 46745{,}96 - 10649{,}54$$
$$\Rightarrow M_8 = 36096{,}42$$
$$C_8 = C_7 - M_8$$
$$\Rightarrow C_8 = 118328{,}24 - 36096{,}42$$
$$\Rightarrow C_8 = 82231{,}82\ DA$$
$$I_9 = C_8 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_9 = 82231{,}82 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_9 = 7400{,}86\ DA$$
$$M_9 = a - I_9$$
$$\Rightarrow M_9 = 46745{,}96 - 7400{,}86$$
$$\Rightarrow M_9 = 39345{,}096\ DA$$
$$C_9 = C_8 - M_9$$
$$\Rightarrow C_9 = 82231{,}82 - 39345{,}096$$
$$\Rightarrow C_9 = 42886{,}74\ DA$$
$$I_{10} = C_9 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_{10} = 42886{,}74 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_{10} = 3859{,}80\ DA$$
$$M_{10} = a - I_{10}$$
$$\Rightarrow M_{10} = 46745{,}96 - 3859{,}80$$
$$\Rightarrow M_{10} = 42886{,}15\ DA$$
$$C_{10} = C_9 - M_{10}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 42886{,}15 - 42886{,}15$$
$$\Rightarrow C_{10} = 0{,}00\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	....	....	....	....	....
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	....	....	....	....	....
7	....	....	....	....	....
8	118328.24	10649.54	46745.96	36096.42	82231.82
9	82231.82	7400.86	46745.96	39345.096	42886.15
10	42886.15	3859.80	46745.96	42886.15	0.00

– التمرين السابع عشر:

$$\begin{cases} n = 9 \\ a = 1075{,}92DA \\ M_9 - M_1 = 278{,}61DA \end{cases}$$

– حساب الاستهلاك الأخير:

$$M_9 - M_1 = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1 \cdot (1+t)^8 - M_1 = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1 \cdot [(1+t)^8 - 1] = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1 \cdot [1{,}368569 - 1] = 278{,}61$$
$$\Rightarrow 0{,}368569M_1 = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1 = 755{,}93\ DA$$
$$M_9 = M_1 \cdot (1+t)^8$$
$$\Rightarrow M_9 = 755{,}93 * 1{,}368569$$
$$\Rightarrow M_9 = 1034{,}53\ DA$$

– حساب معدل القرض:

لدينا:

$$(1+t)^8 = 1,368569$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الثامنة نجد أن القيمة المالية (1.368569) تقابل معدل الفائدة 4%

إذن: $t = 4\%$

- حساب أصل القرض:

$$C_0 = M_1 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 755,93 \cdot \frac{(1,04)^9 - 1}{0,04}$$

$$\Rightarrow C_0 = 7999,85 \cong 8000\ DA$$

- التمرين الثامن عشر:

$$\begin{cases} I_2 = 18251,1 \\ I_3 = 16327,3 \\ C_3 = 182511\ DA \end{cases}$$

- حساب معدل القرض:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} \cdot t$$

$$\Rightarrow I_2 - I_3 = M_2 \cdot t$$

$$\Rightarrow 18251,1 - 16327,3 = M_2 \cdot t$$

$$\Rightarrow M_2 \cdot t = 1923,8$$

$$I_2 = C_1 \cdot t$$

$$\Rightarrow 18251,1 = 182511 \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 0,1 = 10\%$$

- حساب الاستهلاك الأول:

$$M_2 \cdot t = 1923,8$$

$$\Rightarrow M_2 = \frac{1923,8}{t} = \frac{1923,8}{0,1} = 19238\ \text{DA}$$

$$\Rightarrow M_1(1+t) = 19238$$

$$\Rightarrow M_1(1,1) = 19238$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{19238}{1,1} = 17489,09$$

- حساب القسط الثابت:

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_2 + M_2$$
$$\Rightarrow a = 19238 + 18251{,}1$$
$$\Rightarrow a = 37489{,}1\ DA$$

- حساب أصل القرض:

$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = C_1 + M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = 182511 + 17489{,}09$$
$$\Rightarrow C_0 = 200000DA$$

- كتابة السطر الأخير من جدول الاستهلاك:

في السطر الأخير من جدول الاستهلاك يكون رأس المال المتبقي في نهاية السنة الثامنة، بعد تسديد القسط الأخير يساوي الصفر (0) أي أن:

$$\mathrm{C}_8 = 0 \Rightarrow \mathrm{C}_7 = \mathrm{M}_8$$
$$M_8 = M_1 \cdot (1+t)^7$$
$$\Rightarrow M_8 = 17489{,}09 \cdot (1{,}1)^7$$
$$\Rightarrow M_8 = 34081{,}29DA = \mathrm{C}_7$$
$$I_8 = C_7 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_8 = 34081{,}29 * 0{,}1 = 3408{,}13\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	....	....	....	....	....
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	....	....	....	....	....
7	....	....	....	....	....
8	34081.29	3408.13	37489.1	34081.29	0.00

– التمرين التاسع عشر:

$$\begin{cases} C_3 = 535674{,}26\ DA \\ C_4 = 365553{,}12\ DA \\ C_5 = 187130{,}07\ DA \end{cases}$$

– ماذا تمثل الفروق التالية $(C_3 - C_4)$ و $(C_4 - C_5)$

$$C_4 = C_3 - M_4 \Rightarrow M_4 = C_3 - C_4$$

إذن الفرق $(C_3 - C_4)$ يمثل الاستهلاك الرابع.

$$C_5 = C_4 - M_5 \Rightarrow M_5 = C_4 - C_5$$

إذن الفرق $(C_4 - C_5)$ يمثل الاستهلاك الخامس.

– حساب معدل القرض:

$$M_4 = C_3 - C_4$$
$$\Rightarrow M_4 = 535674{,}26 - 365553{,}12$$
$$\Rightarrow M_4 = 170121{,}14 \text{ DA}$$
$$M_5 = C_4 - C_5$$
$$\Rightarrow M_5 = 365553{,}12 - 187130{,}07$$
$$\Rightarrow M_5 = 178423{,}05 DA$$
$$M_5 = M_4(1+t)$$
$$\Rightarrow 1 + t = \frac{M_5}{M_4}$$
$$\Rightarrow 1 + t = \frac{178423{,}05}{170121{,}14}$$
$$\Rightarrow 1 + t = 1{,}0488$$
$$\Rightarrow t = 0{,}0488 = 4{,}88\%$$

– حساب قيمة الدفعة:

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_4 + M_4$$
$$I_4 = C_3 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_4 = 535674{,}26 * 0{,}0488$$

$$\Rightarrow I_4 = 26140{,}90\ DA$$
$$\Rightarrow a = 26140{,}90 + 170121{,}14$$
$$\Rightarrow a = 196262{,}04\ DA$$

– التمرين العشرون:

$$\begin{cases} n = 6 \\ a = 20336{,}30\ DA \\ M_6 = 19185\ DA \end{cases}$$

– حساب معدل الفائدة:

$$a = M_n(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_6(1+t)$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{a}{M_6}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{20336{,}30}{19185}$$
$$\Rightarrow (1+t) = 1{,}06$$
$$\Rightarrow t = 0{,}06 = 6\%$$

– حساب معدل القرض:

$$C_0 = a \cdot \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 20336{,}30 \cdot \frac{1-(1{,}06)^{-6}}{0{,}06}$$
$$\Rightarrow C_0 = 100000\ DA$$

– اعداد جدول الاستهلاك:

$$I_1 = C_0 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_1 = 100000 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_1 = 6000\ DA$$
$$a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow M_1 = a - I_1$$
$$\Rightarrow M_1 = 20336{,}30 - 6000$$
$$\Rightarrow M_1 = 14336.30\ DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$

$$\Rightarrow C_1 = 100000 - 14336.30$$
$$\Rightarrow C_1 = 85663{,}70\ DA$$
$$I_2 = C_1 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_2 = 85663{,}70 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_2 = 5139{,}82\ DA$$
$$a = I_2 + M_2$$
$$\Rightarrow M_2 = a - I_2$$
$$\Rightarrow M_2 = 20336{,}30 - 5139{,}82$$
$$\Rightarrow M_2 = 15196{,}48\ DA$$
$$C_2 = C_1 - M_2$$
$$\Rightarrow C_2 = 85663{,}70 - 15196{,}48$$
$$\Rightarrow C_2 = 70467{,}22\ DA$$
$$I_3 = C_2 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_3 = 70467{,}22 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_3 = 4228{,}03$$
$$a = I_3 + M_3$$
$$\Rightarrow M_3 = a - I_3$$
$$\Rightarrow M_3 = 20336{,}30 - 4228{,}03$$
$$\Rightarrow M_3 = 16108{,}27\ DA$$
$$C_3 = C_2 - M_3$$
$$\Rightarrow C_3 = 70467{,}22 - 16108{,}27$$
$$\Rightarrow C_3 = 54358{,}95\ DA$$
$$I_4 = C_3 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_4 = 54358{,}95 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_4 = 3261{,}54$$
$$a = I_4 + M_4$$
$$\Rightarrow M_4 = a - I_4$$
$$\Rightarrow M_4 = 20336{,}30 - 3261{,}54$$
$$\Rightarrow M_4 = 17074{,}76\ \mathrm{DA}$$
$$C_4 = C_3 - M_4$$
$$\Rightarrow C_4 = 54358{,}95 - 17074{,}76$$

$$\Rightarrow C_4 = 37284{,}19\ DA$$
$$I_5 = C_4 . t$$
$$\Rightarrow I_5 = 37284{,}19 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_5 = 2237{,}05$$
$$a = I_5 + M_5$$
$$\Rightarrow M_5 = a - I_5$$
$$\Rightarrow M_5 = 20336{,}30 - 2237{,}05$$
$$\Rightarrow M_5 = 18099{,}25\ DA$$
$$C_5 = C_4 - M_5$$
$$\Rightarrow C_5 = 37284{,}19 - 18099{,}25$$
$$\Rightarrow C_5 = 19184{,}94\ DA$$
$$I_6 = C_5 \cdot t$$
$$\Rightarrow I_6 = 19184{,}94 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_6 = 1151{,}09$$
$$a = I_6 + M_6$$
$$\Rightarrow M_6 = a - I_6$$
$$\Rightarrow M_6 = 20336{,}30 - 1151{,}09$$
$$\Rightarrow M_6 = 19184{,}94 DA$$
$$C_6 = C_5 - M_6$$
$$\Rightarrow C_6 = 19184{,}94 - 19184{,}94$$
$$\Rightarrow C_6 = 0{,}00 DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	100000	6000	20336,30	14336.30	85663,70
2	85663,70	5139,82	20336,30	15196,48	70467,22
3	70467,22	4228,03	20336,30	16108,27	54358,95
4	54358,95	3261,54	20336,30	17074,76	37284,19
5	37284,19	2237,05	20336,30	18099,25	19184,94
6	19184,94	1151,09	20336,30	19184,94	0,00

الفصل الخامس: اختيار الاستثمارات.

1- مفاهيم عامة:

في إطار اختبار المشاريع الاستثمارية يسعى المستثمر دائما إلى البحث عن المشروع الأقل تكلفة، ويتم اختيار طريقة التمويل على أساس المقارنة بين تدفقات النقدية التي تعتمد على مجموعة طرق سنعرضها في هذا الفصل.

1-1- تعريف الاستثمار:

هنالك العديد من التعاريف للاستثمار حسب وجهات النظر المتعددة تذكر منها:

منظور محاسبي: هي كل الأصول المادية وغير المادية المنقولة وغير المنقولة المكتسبة والتي تنتجها المؤسسة موجهة للبقاء لمدة طويلة ومحافظة على شكلها داخل المؤسسة.

منظور مالي: هو كل المصاريف التي تولد أرباح أو ادخارات خلال فترة زمنية طويلة.

منظور اقتصادي: هو التخلي عن موارد مالية، من أجل الحصول مستقبلا على نتائج أو إيرادات نقدا.

الاستثمار هو الالتزام بإنفاق مالي طويل المدى غير قابل للتراجع، فهو استخدام طويل المدى معبر عنه بتسديد آني للأموال بهدف الحصول على إيرادات مستقبلية تفوق قيمة الإنفاق الأولي، وهو يقترن بالمردودية والمدة والخطر.

1-2- مفهوم اختيار الاستثمارات:

هو توجيه المشاريع التي تستقبلها المؤسسة توجيها مدعما بتحليل اقتصادي للمشاريع المقترحة، من أجل اختيار أفضل مشروع يعود على المؤسسة بعائد أكبر من غيره.

إن اختيار الاستثمار يتطلب المفاضلة باستخدام مقاييس علمية ومراعاة العوامل الاجتماعية والاقتصادية والسياسية وتقنيات مالية ورياضية تؤهل المشروع المختار لتحقيق الهدف.

1-3- العوامل المؤثرة في اختبار الاستثمارات:

تؤثر في العملية المالية عدة عوامل منها:

1- تكلفة الاستثمار: تشمل قيمة حيازة الاستثمار ومختلف مستلزماته والنفقات التي يتطلبها من بداية الحيازة والاستعمال حتى نهاية الاستعمال؛

2- إيراد الاستثمار: يتمثل في مختلف الإيرادات التي يقدمها الاستثمار عند تشغيله لمدة حياته حتى آخرها وما قد يبقيه من قيمة في ذلك التاريخ؛

3- مدة حياة الاستثمار: وهي المدة الزمنية لتشغيل الاستثمار وإعطاء نواتج عن ذلك، وتختلف المدة حسب طبيعة الاستثمار وطرق استعماله؛

4- سعر الفائدة المطبق: ونميز نوعين لهذا السعر، الأول هو سعر الفائدة المطبق على القروض المحصل عليها، أما الثاني فهو المعدل المطبق على الإيرادات ونواتج الاستثمار لحساب قيمتها الحالية ويسمى سعر الخصم؛

5- ظرف النشاط للاستثمار: أن المحيط الاقتصادي من أهم العوامل المؤثرة في نتائج وتكاليف الاستثمارات وأهم هذه الظروف عناصر الضرائب المزايا التي يتحصل عليها؛

6- زمن تحديد الإيرادات والأعباء: بحيث يختلف تاريخ تحقيق الإيرادات ودفع الأعباء خلا سنة أو سنوات بين استثمار وآخر ولكن تعتبر نهاية السنة هي زمن التحقيق وزمن الدفع في كل الاستثمارات متى تتساوى في طريقة الحساب؛

7- إن الاختيار يكون للاستثمارات التي تحقق نتيجة ايجابية في مدة استعمالها أو على الأقل تغطي مختلف تكاليفها بإيراداتها، أما ما يحقق نتيجة سلبية فهو يخرج من هذا.

2- معايير تقييم المشاريع الاستثمارية:

يوجد عدة طرق لتقييم المشاريع الاستثمارية منها الأساليب التي لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، ومنها الأساليب التي تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، نوجزها فيما يلي:

2-1- المعايير التي لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود:

يتم الاختيار بين المشاريع الاستثمارية باستخدام عدة طرق من أهمها:

2-1-1- معيار فترة الاسترداد DR:

حسب هذه الطريقة فانه يتم اختيار الاستثمارات على أساس المشروع الذي يحقق إيرادات صافية في أقل مدة، تسمح من تغطية تكلفة الاستثمار، أي نختار المشروع ذو فترة أقل.

وتختلف حسب نوع التدفقات النقدية سواء كانت ثابتة أو غير ثابتة كما يلي:

أ- حالة التدفقات المنتظمة:

$$\boldsymbol{D_r = \frac{I_0}{CF}}$$

حيث $\boldsymbol{I_0}$**:** التكلفة الأولية للمشروع.

$\boldsymbol{CF}$**:** التدفقات النقدية السنوية.

- مثال:

قدرت التكاليف الاستثمارية لمشروع بـ 75000 دج، وكانت تدفقاته النقدية السنوية الداخلة على مدى 5 سنوات مساوية لـ 25000 دج.

- أوجد فترة الاسترداد؟

- الحل:

$$I_0 = -75000\,; \qquad \mathrm{CF} = 25000$$

$$D_r = \frac{I_0}{CF} = \frac{75000}{25000} = 3\text{ans}$$

السنة	0	1	2	3	4	5
التكلفة I_0 الأولية والتدفقات السنوية CF	75000	25000	25000	25000	25000	25000
مجموع التدفقات السنوية $\sum CF$	0	25000	50000	75000		

ب- حالة التدفقات غير المنتظمة:

ويتم اختيار المشاريع على أساس المشروع الذي تتساوى قيمته الأصلية مع مجموع التدفقات النقدية السنوية.

$$I_0 = \sum_{t=1}^{n} \mathrm{CF_t}$$

- مثال:

السنة	0	1	2	3	4
التكلفة I_0 الأولية والتدفقات السنوية **CF**	-100	30	40	30	20
مجموع التدفقات السنوية $\sum CF$	0	30	70	100	120

$$D_r = 3\text{an}$$

- مثال:

نفترض 3 مشاريع أ - ب - ج، ذات تكاليف استثمارية أولية وعوائد صافية وذات فترة إنشاء متساوية.

- أحسب فترة الاسترداد للمشاريع الثلاثة؟

المشاريع	فترة الإنشاء		التدفقات السنوية			
	0	1	1	2	3	4
أ	-60	-40	25	25	25	25
ب	-40	-60	70	20	10	25
ج	-50	-50	70	30	20	50

$$\boldsymbol{I_0 = \sum_{t=1}^{n} \mathrm{CF_t}}$$

بالنسبة للمشروع أ: التكلفة الأولية 100 ون، فترة استرداد المشروع هي: 25+25+25+25 =100 ومنه مدة الاسترداد هي 4 سنوات.

بالنسبة للمشروع ب: 10التكلفة الأولية 100 ون، فترة استرداد المشروع هي: 70 +20 +10 = 100 ومنه مدة الاسترداد هي 3 سنوات.

بالنسبة للمشروع ج: التكلفة الأولية 100 ون، فترة استرداد المشروع هي: 70+30 =100 ومنه فان مدة الاسترداد هي سنتين.

ومنه أفضل مشروع هو المشروع ج باعتباره يسترجع التكلفة الأولية في مدة اقل من باقي المشاريع.

إن لطريقة فترة الاسترداد مزايا وعيوب من أهمها:

- مزايا طريقة فترة الاسترداد:

- تركز على السيولة أكثر من الربحية؛

- تعتبر أكثر الطرق شيوعا وهذا لسهولة حسابها دون تعقيد،
- عدم وجود المخاطرة؛
- تفيد هذه الطريقة المؤسسات التي تعاني من السيولة، فتهتم باسترداد الأموال المستثمرة بغية إعادة استثمارها في مشاريع أخرى.
- عند اختيار المؤسسة الاستثمار الأقصر مدة استرجاع، فان المؤسسة تستطيع إعادة استثمار المبالغ المسترجعة فترة مقبلة أخرى أو لتجديد الاستثمار.

- عيوب طريقة فترة الاسترداد:

- لا تأخذ بعين الاعتبار التدفقات النقدية بعد مدة استرداد رأس المال، فقد تكون ذات قيمة مهمة أفضل من التدفقات الحاصلة خلال فترة الاسترداد؛
- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، فهي تجمع كل التدفقات النقدية الصافية بنفس القيمة سواء في السنة الأولى أو في السنة الأخيرة، لأن قيمة النقود تنخفض بمرور الزمن وعليه التدفقات النقدية المتحصل عليها اليوم لا تساوي قيمتها بعد ثلاث سنوات مثلا.

2-1-2- معيار المعدل المتوسط للعائد TRM:

ويعرف أيضا بمعدل العائد المحاسبي لأنه يعتمد على نتائج الأرباح والخسائر في القيود المحاسبية وبالتالي فهو عبارة عن النسبة المئوية بين متوسط العائد السنوي إلى متوسط التكاليف الاستثمارية وبعد خصم الاندثار والضريبة أو النسبة بين متوسط العائد السنوي إلى التكاليف الاستثمارية.

ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{TRM} = \frac{MRN}{\mathrm{MIN}} \times 100$$

حيث: **MRN**: متوسط العائد الصافي يمثل قسمة المجموع الكلي للأرباح الصافية على العمر الافتراضي للأصل المستثمر.

MIN: متوسط الاستثمار الصافي الذي يمثل حاصل قسمة مجموع قيمة الأصل في بداية المدة وقيمة الأصل في نهاية المدة على اثنين.

وبمقارنة المعدل المتوسط للعائد مع معدل الفائدة المستعمل في السوق، فإذا كان أعلى من معدل الفائدة يقبل الاستثمار، ثم اختيار الاستثمار الذي يحقق أحسن معدل متوسط للعائد.

ولهذا الطريقة مزايا وعيوب نوجزها فيما يلي:

- مزايا الطريقة المعدل المتوسط للعائد:

- سهل الحساب، لهذا يستعمل كثيرا من طرف المشروعات كأداة لتقييم إذ يعتمد على البيانات المحاسبية؛

- يأخذ بعين الاعتبار القيمة المتبقية للمشروع ويحدد قيمة العائد المحقق من المشروع في عمليات استثمارية أخرى؛
- تأخذ بعين الاعتبار معدل الفائدة في السوق.

- عيوب طريقة المعدل المتوسط للعائد:

- لا تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود؛
- لا تأخذ بعين الاعتبار تغيير معدل الفائدة في السوق الذي يتغير عادة؛
- لا يقيم فرق بين المشروع ذي الحياة الطويلة وذي الحياة الأقل، إذ كلما زادت المدة اخفضت قيمة متوسط الإيراد الصافي السنوي.

2-2- المعايير التي تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود:

2-2-1- معيار صافي القيمة الحالية VAN:

يعتبر من أهم المعايير المعتمدة في اتخاذ القرارات الاستثمارية الطويلة، باعتباره يأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، ويعرف بأنه القيمة التي يتم الحصول عليها من الفرق بين التدفقات النقدية الداخلة المخصومة والتدفقات النقدية الخارجة المخصومة (تكاليف التشغيل والتكاليف الاستثمارية)، في كل سنة من سنوات حياة المشروع.

ويتم الاختيار على اساس الاستثمار الذي يحقق أكبر قيمة حالية.

ويمكن حساب القيمة الحالية الصافية باستعمال التدفقات النقدية الخارجة أو الداخلة إما الثابتة أو المتغيرة، كما يلي:

أ- حالة التدفقات النقدية ثابتة:

$$\boldsymbol{VAN = C\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} - I_0}$$

حيث: C: قيمة صافي التدفق النقدي السنوي المتساوي.

n: عدد الدفعات وهي تمثل عمر المشروع.

t: معدل الخصم.

ب- حالة التدفقات النقدية غير ثابتة:

وتعطى علاقة القيمة الحالية الصافية في حالة التدفقات غير الثابتة كما يلي:

$$\boldsymbol{VAN = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} - I_0}$$

- مثال:

مشروع استثمار تكلفته 50000 ون ينتج تدفقات نقدية صافية سنوية كما يلي خلال عمره الإنتاجي 5 سنوات:

$$n_1 = 10000, \quad n_2 = 20000, \quad n_3 = 25000, \quad n_4 = 20000, \quad n_5 = 15000$$

هل المشروع مقبول أو مرفوض بطريق القيمة الحالية الصافية؟ بمعدل خصم 10%

– الحل:

لدينا:

$$VAN = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} - I_0$$

$$VAN = 10000(1.1)^{-1} + 20000(1.1)^{-2} + 25000(1.1)^{-3} + 20000(1.1)^{-4}$$
$$+15000(1.1)^{-5} - 50000$$
$$VAN = \mathbf{17376.79}$$

وهي قيمة موجبة ما يعني قبول المشروع

وعند المقارنة بين مجموعة من المشاريع المشروع الأفضل هو الذي يحقق أكبر قيمة حالية صافية.

ولطريقة القيمة الحالية الصافية مزايا وعيوب نذكرها فيما يلي:

– مزايا طريقة القيمة الحالية الصافية:

- تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، باستعمال خاصية الخصم؛
- تأخذ بعين الاعتبار كل التدفقات النقدية للمشروع.

– عيوب طريقة القيمة الحالية الصافية:

- صعوبة تحديد معدل الخصم الملائم بخصم التدفقات النقدية ولاسيما على المدى البعيد.

2-2-2- معيار معدل العائد الداخلي TRI:

ويسمى كذلك بالمعدل الداخلي للمردودية، أو المعدل الأدنى للمردودية، أو المعدل الحقيقي للفائدة الاقتصادية، أو هو معدل الخصم الذي يجعل القيمة الحالية معدومة. وهو المعدل الذي يجعل الفرق بين مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية الصافية وقيمة الاستثمار الأصلي يساوي الصفر أو هو المعدل الذي يجعل مجموع القيم الحالية للإيرادات الصافية مساوية لمجموع القيم الحالية للتكاليف، أي يجعل هذا المعدل القيمة الحالية الصافية مساوية للصفر، ويتم اختيار أفضل استثمار بعد تحديد معدل العائد الداخلي لكل استثمار.

$$VAN = 0 \Longrightarrow VAR - VAD = 0$$

ويعطى بالعلاقة التالية:

أ- في حالة التدفقات النقدية غير متساوية:

$$\boldsymbol{TRI = C_1(1+TR)^{-1} + C_2(1+TR)^{-2} + \cdots - I_0 = 0}$$

ب- في حالة التدفقات النقدية متساوية:

$$\boldsymbol{TRI = C\frac{1-(1+TR)^{-n}}{TR} - I_0 = 0}$$

ويعتمد قرار اختيار المشروع من عدمه على مستوى معدل الخصم المحدد ومعدل العائد الداخلي، فاذا كان:

TRI < معدل الخصم: المشروع مرفوض.

TRI > معدل الخصم: المشروع مقبول لأنه يمكن تغطية تكلفة الموارد.

– مثال:

المشاريع	I_0	CF_1	CF_2	CF_3
A	60000	33200	26600	20000
B	75000	32260	32260	32260

– أوجد معدل العائد الداخلي لكل استثمار؟

– الحل:

بالنسبة للمشروع الأول:

$$TRI = C_1(1+\mathrm{TR})^{-1} + C_2(1+\mathrm{TR})^{-2} + C_3(1+\mathrm{TR})^{-3} - I_0 = 0$$

$$33200(1+\mathrm{TRI})^{-1} + 26600(1+\mathrm{TRI})^{-2} + 20000(1+\mathrm{TRI})^{-3} - 60000 = 0$$

نجد: $\mathrm{TRI} = 17.33\%$

بالنسبة للمشروع الثاني:

$$TRI = C\frac{1-(1+\mathrm{TR})^{-\mathrm{n}}}{TR} - I_0 = 0$$

$$TRI = 32260\frac{1-(1+\mathrm{TR})^{-3}}{TR} - 75000 = 0$$

نجد: $\mathrm{TRI} = 13.92\%$

ومنه اختار المشروع الأول الذي يحقق أكبر معدل.

ولطريقة معدل العائد الداخلي مزايا وعيوب تذكرها فيما يلي:

– مزايا طريقة معدل العائد الداخلي:

- تعطي للزمن وعمر الاستثمار قيمة عادية.

– عيوب طريقة معدل العائد الداخلي:

- لا تأخذ بعين الاعتبار العوائد المحققة بعد مدة حياة المشروع؛
- قد نجد أكثر من معدل لذا يصعب قبول أو رقص المشروع.

2–2–3– معيار دليل الربحية Ip:

يقيس هذا المعيار العلاقة بين مخرجات المشروع، ومدخلاته في شكل نسبة بدلا من قيمة مطلقة كما هو الحال في معيار القيمة الحالية الصافية، أي أن هذا المعيار يحسب من خلال قسمة مجموع القيم الحالية لصافي التدفقات النقدية السنوية على الكلفة الأولية للمشروع.

ويمكن حساب قيمة هذا المؤشر في حالتين هما:

أ– في حالة التدفقات النقدية غير متساوية:

$$\mathbf{Ip} = \frac{C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + \cdots + C_n(1+t)^{-n}}{I_0}$$

ب– في حالة التدفقات النقدية متساوية:

$$\mathbf{Ip} = C\,\frac{\frac{1+(1+t)^{-n}}{t}}{I_0}$$

وكي يقبل المؤشر يجب أن يكون أكبر من أو يساوي 1، وعند المفاصلة يختار المشروع ذو أكبر مؤشر.

ولطريقة دليل الربحية مزايا وعيوب تذكرها فيما يلي:

– مزايا طريقة دليل الربحية:

- تأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود؛
- تأخذ بعين الاعتبار باقي الاستثمار.

– عيوب طريقة دليل الربحية:

- صعوبة تحديد معدل الخصم.

تمارين الفصل الخامس

– التمرين الأول:

مؤسسة تريد الاستثمار في ثلاث مشاريع ولها الاختيار بين إحداها، وهي:

- النوع الأول: التكلفة الأولية 51000 دج
- النوع الثاني: التكلفة الأولية 65000 دج
- النوع الثالث: التكلفة الأولية 68000 دج

قدرت إيراداتها السنوية الصافية حسب الجدول التالي:

السنوات	1	2	3	4	5	6
المشروع 1	3000	8500	6000	7000	7000	19500
المشروع 2	10000	18000	25000	12000	16000	16000
المشروع 3	16000	12000	10000	10000	20000	15000

المطلوب:

- تحديد أفضل مشروع تبعا لطريقة فترة الاسترداد؟

– التمرين الثاني:

مؤسسة لديها مشروعين قيمتهما الأولية 1000000 دج، قدرت تدفقاتها السنوية الصافية كما في الجدول الموالي:

	1	2	3	4	5	6	7	8
المشروع 1	250000	250000	250000	250000	250000	250000	250000	250000
المشروع 2	250000	350000	500000	100000	50000	50000	50000	50000

المطلوب:

- تحديد أفضل مشروع تبعا لطريقة فترة الاسترداد؟

– التمرين الثالث:

نريد المقارنة بين مشروعين عمرهما الإنتاجي 3 سنوات، وتتوفر لدينا المعلومات التالية:

المشاريع	I_0	CF_1	CF_2	CF_3
A	60000	40000	30000	20000
B	75000	36000	36000	36000

معدل الضريبة هو 34% والأصل قابل للاستهلاك على أساس القسط الثابت.

إذا كان المعيار المستخدم هو صافي القيمة الحالية فما هو الاستثمار الذي ينبغي اختياره بمعدل خصم 5%، وإذا أصبح معدل الخصم 4% هل تتحصل على نفس المبلغ.

- التمرين الرابع:

لديك مشروع استثماري عمره الإنتاجي 4 سنوات، بتكلفة أولية 10000 ون، ويتولد عنه تدفقات نقدية سنوية كما يلي:

السنة	**1**	**2**	**3**	**4**
ون	3000	5000	3000	4000

- أحسب صافي القيمة الحالية لهذا المشروع بمعدل 10%؟
- حدد معدل العائد الداخلي لهذا الاستثمار؟
- أحسب فترة الاسترداد لهذا الاستثمار بنسبة 10%؟

حلول تمارين الفصل الخامس

- التمرين الأول:

$$I_0 = \sum_{t=1}^{n} \mathrm{CF_t}$$

بالنسبة للمشروع 1 التكلفة الأولية: 51000 دج، فترة استرداد المشروع هي:

3000 + 8500 + 6000 + 7000 + 7000 + 19500 = 51000 ومنه مدة الاسترداد هي 6 سنوات.

بالنسبة للمشروع 2 التكلفة الأولية: 65000 دج، فترة استرداد المشروع هي:

10000 + 18000 + 25000 + 12000 = 65000 ومنه مدة الاسترداد هي 4 سنوات

بالنسبة للمشروع 3 التكلفة الأولية: 68000 دج، فترة استرداد المشروع هي:

16000 + 12000 + 10000 + 10000 + 20000 = 68000 ومنه فإن مدة الاسترداد هي 5 سنوات.

ومنه أفضل مشروع هو المشروع رقم 2.

- التمرين الثاني:

في حال التدفقات المنتظمة فإن فترة الاسترداد تحسب بالعلاقة التالية:

$$D_r = \frac{I_0}{CF}$$

بالنسبة للمشروع 1: فان فترة استرداد المشروع هي:

$$D_r = \frac{I_0}{CF} = \frac{1000000}{250000} = 4ans$$

ومنه مدة الاسترداد هي 4 سنوات.

في حالة التدفقات غير منتظمة فان فترة الاسترداد تحسب كما يلي:

$$I_0 = \sum_{t=1}^{n} \mathrm{CF_t}$$

بالنسبة للمشروع 2: فترة استرداد المشروع هي:

250000 + 350000 + 500000 = 1100000 وفئة مدة الاسترداد هي 3 سنوات.

أي اقل من 3 سنوات، ومن أجل معرفة المدة بالضبط نستعمل العلاقة التالية:

الاستثمار الأصلي – تدفقات الفترة السابقة

$$\text{الاسترداد فترة} = \frac{\text{الاستثمارالأصلي} - \text{تدفقات الفترة السابقة}}{\text{تدفقات الفترة اللاحقة}}$$

$$D_r = 2 + \frac{1000000 - (250000 + 350000)}{500000}$$

$$D_r = 2 + 0.8$$

ومنه فترة استرداد المشروع بالضبط هي سنتين و9 أشهر و18 يوم.

ومنه أفضل مشروع هو المشروع رقم 2.

- حل التمرين الثالث:

1- حساب التدفقات النقدية لكل استثمار:

المشروع **A**:

	1	2	3	المجموع
التدفقات (1)	40000	30000	20000	90000
تكلفة الاهتلاك (2)	20000	20000	20000	60000
النتيجة الضريبية (1-2)(3)	20000	10000	0	
ضريبة 34% (4)	6800	3400		
المبلغ الصافي = (3-4+2)	33200	00626	20000	

$$\text{تكلفة الاهتلاك} = \frac{i_0}{3} = \frac{60000}{3} = 20000$$

$$\text{النتيجة الضريبية = مبلغ الضريبة} * 0.34 = \frac{60000}{3} = 20000$$

$$VAN = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} - I_0$$

$$VAN = 33200(1.05)^{-1} + 26600(1.05)^{-2} + 20000(1.05)^{-3} - 60000$$

$$VAN = 31619.04 + 24126.98 + 17276.75 - 60000$$

$$VAN = 13022.78$$

وإذا كان معدل الخصم 4% نجد:

$$VAN = 14296.20$$

المشروع **B**:

	1	2	3	المجموع
التدفقات (1)	36000	36000	36000	108000
تكلفة الاهتلاك (2)	25000	25000	25000	75000
النتيجة الضريبية (1-2)(3)	11000	11000	11000	
ضريبة 34% (4)	3740	3740	3740	
المبلغ الصافي = (3-4+2)	32260	32260	32260	

$$VAN = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} - I_0$$
$$VAN = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} - I_0$$
$$VAN = 32260(1.05)^{-1} + 32260(1.05)^{-2} + 32260(1.05)^{-3} - 75000$$
$$VAN = 12851.98$$

وإذا كان معدل الخصم 4% نجد:

$$VAN = 14524.44$$

وعليه: إذا كان معدل الخصم 0.05 نختار المشروع **A**، وإذا كان معدل الخصم 0.04 نختار المشروع **B**.

- التمرين الرابع:

1- حساب صافي القيمة الحالية:

$$VAN = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} + C_4(1+t)^{-4} - I_0$$
$$VAN = 3000(1.1)^{-1} + 5000(1.1)^{-2} + 3000(1.1)^{-3} + 4000(1.1)^{-4} - 10000$$
$$VAN = 1845.5$$ ون

إذن القيمة الحالية الصافية أكبر من 0 ومنه فالمشروع ذو ربحية.

2- حساب معدل العائد الداخلي:

$$TRI = C_1(1+TR)^{-1} + C_2(1+TR)^{-2} + C_3(1+TR)^{-3} + C_4(1+TR)^{-4} - I_0 = 0$$
$$TRI = 18.11\%$$

تمارين مقترحة.

- تمرين 01:

يقترح عليك شخص بيع آلة تملكها بـ 2000 ون وهي قيمة موافقة لقيمتها المتبقية، من أجل مشروع ينتج تدفقات نقدية تتضاعف كل فترة على أساس 400 ون لمدة 3 سنوات، في حين أن معدل الفائدة في السوق يقدر بـ 5%

المطلوب:

- أحسب القيمة الحالية الصافية؟
- حساب معدل العائد الداخلي؟

- تمرين 02:

لمؤسسة الخيار بين استثمارين متاحين أمامها:

الاستثمار الأول: التمويل عن طريق البنك ويسدد كما يلي:

- 30000 دج نهاية السنة الأولى
- 20000 دج نهاية السنة الثانية
- 20000 دج نهاية السنة الثالثة
- 10000 دج لنهاية السنة الرابعة

إذا علمت أن مدة حياة المشروع 6 سنوات، وأن توقعات المشروع تظهر إيراداتها السنوية 18000 دج، ابتداءً من السنة الأولى.

الاستثمار الثاني: يكلف المؤسسة 60000 دج، حيث يستهلك هذا الاستثمار خلال 4 سنوات، وأن توقعات المشروع تعطي إيرادات سنوية قدرها 20000 دج ابتداءً من نهاية السنة الأولى.

المطلوب: تحديد الاستثمار الأفضل بطريقة القيمة الحالية الصافية، علما أن معدل الفائدة 10%

- تمرين 03:

على مؤسسة أن تختار بين نوعين من التجهيزات، حيث كانت التكلفة والإيرادات كما يلي:

- النوع الأول من التجهيزات: تكلفة الشراء 245000 دج، إيراداتها الصافية السنوية 47927.74 دج لمدة 6 سنوات.

- النوع الثاني من التجهيزات: تكلفة الشراء 215000 دج إيراداتها الصافية لمدة 6 سنوات 64738.05 دج.

فإذا كان معدل الفائدة المطبق في السوق 4%، ما هي التجهيزات التي تختارها المؤسسة باستعمال طريقة المعدل الداخلي للعائد؟

- تمرين 04:

مؤسسة أمامها مشروعين وطلب منك أن تختار إحداها إذا علمت أن تكلفة رأس المال تقدر بـ 8%.

	المشروع الأول	المشروع الثاني
التكلفة الأولية	1900000	1900000
التدفقات النقدية للاستغلال	50000	80000
المدة	3 سنوات	4 سنوات

- تمرين 05:

بعد دراسة مجموعة من المشاريع تم تقديم اثنين منها إلى الإدارة لاختيار أحسنها مردودية، وكانت المعلومات الخاصة بالمشروعات حسب الجدول التالي:

المشاريع	I_0	CF_1	CF_2	CF_3	CF_4	CF_5	CF_6	$\sum CF_i$
1	450	80	90	100	80	70	60	480
2	400	75	70	80	70	65	60	420

المطلوب:

- أحسب المعدل المتوسط للعائد لكل مشروع؟
- تحديد أي المشروعين تختار المؤسسة إذا كان معدل الفائدة المستعمل في السوق 15%؟

– الهوامش:

– إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، رياضيات التمويل والاستثمار، الطبعة الأولى، دار المطبوعات الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2015.

– خالد أحمد سرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، الرياضيات المالية، دار الأيام للنشر والتوزيع، عمان، 2013.

– سعيد، د عبد السلام لفته، الرياضيات المالية للعمليات قصيرة الأجل، كليه الإدارة والاقتصاد، جامعه بغداد، بغداد، 2005.

– شقري موسى نوري وآخرون، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، 2016.

– علي محمد عكاشة، الرياضيات المالية، دار رضا للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، 2009.

– مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، 2018.

– منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلى الرياضيات المالية، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

– المؤمني، غازي فلاح، مبادئ الرياضيات المالية، عمان، الأردن، 1992.

– ناصر داودي عدون، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 2010.

– صليحه بن طلحه، الرياضيات المالية، الطبعة الأولى، منشورات الدار الجزائرية، الجزائر. 2015.

– طارق عبد الباري، عيد أبو بكر، تطبيقات الرياضيات المالية في العلوم المالية والإدارية، دار النشر الأردنية زمزم، الجامعة الأردنية، 2009.

– عبد الله توفيق الهلباوي، الرياضيات المالية، مكتبة الحرية للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر 2009.

- *BENJAMIN Legros, Mini manuel de mathématique financière, Dunod, paris, 2011.*
- *DIOURI Mohamed, ELMARHOUM Adil, Mathématique financières, cours & exercices corrigés, centre de recherche en gestion de l'lGA, les éditions TOUBKAL, 2008.*
- *VOIR: Walid Khoufi & Ines Dami; le calcul financier et la notation la valeur temporelle de l'argent, école supérieure de commerce de safex ; TUNISIE ; on line https:// coursexament.org/images /Etudes_supérieures/Marketing/math financière/Cours_et_exocours2valeurtemporelle.pdf ; p9 ; consulte la: 25-02-2025.*
- *Hamini Allal, Mathématiques Financières, office des publications universitaires, 3ème édition, 2006.*
- *Armelle mathé, essentiel des mathématiques financiers, 1er édition ; gualino lextenso éditions : 2015.*
- *WALDER Masieri, mathématiques financiers, Dalloz, paris, 2001.*

الفهــرس

الفصل الأول: الفائدة البسيطة والخصم

الفصل الثاني: العمليات المالية ذات الفائدة المركبة

الفصل الثالث: الدفعات

الفصل الرابع: استهلاك القروض

الفصل الخامس: اختيار الاستثمارات

فهرس الجداول والأشكال